AULA 1: CONCEITOS INICIAIS

Olá, amigos! É uma alegria recebê-los para darmos início a mais este projeto. Dentro de algumas semanas, se Deus quiser, e contando com o esforço e a vontade de cada um, estaremos muito mais preparados para enfrentar o desafio de resolver uma prova de Raciocínio Lógico de concurso.

Gostaria, antes de dar início, de ratificar a presença, na feitura destas aulas, do Prof. Weber Campos. É um curso escrito a quatro mãos, e estou certo que todos só têm a ganhar com isso. O prof. Weber é profundo conhecedor da matéria, e isso se fará ver ao longo das semanas que virão.

Iniciemos, pois, tratando dos *fundamentos* da lógica.

Fundamentos da Lógica:

Primeiros Conceitos:

O conceito mais elementar no estudo da lógica – e portanto o primeiro a ser visto – é o de **Proposição**.

Trata-se, tão somente, de uma **sentença** – algo que será declarado por meio de palavras ou de símbolos – e cujo conteúdo poderá considerado **verdadeiro** ou **falso**.

Então, se eu afirmar "*a Terra é maior que a Lua*", estarei diante de uma **proposição**, cujo **valor lógico** é verdadeiro.

Daí, ficou claro que quando falarmos em **valor lógico**, estaremos nos referindo a um dos dois possíveis juízos que atribuiremos a uma proposição: **verdadeiro (V)** ou **falso (F)**.

E se alguém disser: *"Feliz ano novo!", s*erá que isso é uma proposição verdadeira ou falsa? Nenhuma, pois não se trata de uma sentença para a qual se possa atribuir um valor lógico. Concluímos, pois, que...

→ sentenças exclamativas: *"Caramba!" ; "Feliz aniversário!"*

→ sentenças interrogativas: *"como é o seu nome?" ; "o jogo foi de quanto?"*

→ sentenças imperativas: *"Estude mais." ; "Leia aquele livro".*

... não serão estudadas neste curso. Somente aquelas primeiras – sentenças declarativas – que podem ser imediatamente reconhecidas como verdadeiras ou falsas.

Normalmente, as proposições são representadas por letras minúsculas (p, q, r, s etc). São outros exemplos de **proposições**, as seguintes:

p: Pedro é médico.

q: $5 < 8$

r: Luíza foi ao cinema ontem à noite.

Na linguagem do raciocínio lógico, ao afirmarmos que é **verdade** que *Pedro é médico* (proposição **p** acima), representaremos isso apenas com: **VL(p)=V**, ou seja, o **valor lógico de p é verdadeiro**. No caso da proposição **q**, que é falsa, diremos **VL(q)=F**.

Haverá alguma proposição que possa, ao mesmo tempo, ser verdadeira e falsa? Não! Jamais! E por que não? Porque o Raciocínio Lógico, como um todo, está sedimentado sobre alguns **princípios**, muito fáceis de se entender, e que terão que ser sempre obedecidos. São os seguintes:

→ *Uma proposição verdadeira é verdadeira; uma proposição falsa é falsa.* (Princípio da identidade);

→ *Nenhuma proposição poderá ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.* (Princípio da Não-Contradição);

→ *Uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa: não há outra possibilidade.* (Princípio do Terceiro Excluído).

Proposições podem ser ditas *simples* ou *compostas*.

Serão *proposições simples* aquelas que vêm sozinhas, desacompanhadas de outras proposições. Nada mais fácil de ser entendido.

Exemplos:

→ *Todo homem é mortal.*

→ *O novo papa é alemão.*

Todavia, se duas (ou mais) proposições vêm *conectadas* entre si, formando uma só sentença, estaremos diante de uma *proposição composta*. Exemplos:

→ *João é médico* ***e*** *Pedro é dentista.*

→ *Maria vai ao cinema* ***ou*** *Paulo vai ao circo.*

→ ***Ou*** *Luís é baiano,* ***ou*** *é paulista.*

→ ***Se*** *chover amanhã de manhã,* ***então*** *não irei à praia.*

→ *Comprarei uma mansão* ***se e somente se*** *eu ganhar na loteria.*

Nas sentenças acima, vimos em destaque os vários tipos de conectivos – ditos **conectivos lógicos** – que poderão estar presentes em uma proposição composta. Estudaremos cada um deles a seguir, uma vez que é de nosso interesse conhecer o **valor lógico** das *proposições compostas*.

Veremos que, para dizer que uma *proposição composta* é verdadeira ou falsa, isso dependerá de duas coisas: 1º) do valor lógico das proposições componentes; e 2º) do tipo de conectivo que as une.

Conectivo "e": *(conjunção)*

Proposições compostas em que está presente o conectivo **"e"** são ditas **conjunções**. Simbolicamente, esse conectivo pode ser representado por "∧". Então, se temos a sentença:

→ *"Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante"*

... poderemos representá-la apenas por: $\mathbf{p \wedge q}$

onde: p = *Marcos é médico* e q = *Maria é estudante*.

Como se revela o **valor lógico** de uma *proposição conjuntiva*? Da seguinte forma: uma **conjunção** só será verdadeira, se ambas as proposições componentes forem também verdadeiras.

Então, diante da sentença *"Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante",* só poderemos concluir que esta proposição composta é **verdadeira** se for verdade, ao mesmo tempo, que *Marcos é médico* e que *Maria é estudante*.

Pensando pelo caminho inverso, teremos que basta que uma das proposições componentes seja falsa, e a conjunção será – toda ela – falsa. Obviamente que o resultado *falso* também ocorrerá quando ambas as proposições componentes forem falsas.

Essas conclusões todas as quais acabamos de chegar podem ser resumidas em uma pequena tabela. Trata-se da **tabela-verdade**, de fácil construção e de fácil entendimento.

Retomemos as nossas premissas:

p = *Marcos é médico* e **q** = *Maria é estudante*.

Se tivermos que ambas são verdadeiras, a conjunção formada por elas (*Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante*) será também verdadeira. Teremos:

Marcos é médico	*Maria é estudante*	*Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante*
p	**q**	$\mathbf{p \wedge q}$
V	**V**	**V**

Se for verdade apenas que *Marcos é médico*, mas falso que *Maria é estudante*, teremos:

Marcos é médico	*Maria é estudante*	*Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante*
p	**q**	$\mathbf{p \wedge q}$
V	**F**	**F**

Por outro lado, se for verdadeiro que *Maria é estudante*, e falso que *Marcos é médico*, teremos:

Marcos é médico	*Maria é estudante*	*Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante*
p	**q**	**p ∧ q**
F	**V**	**F**

Enfim, se ambas as sentenças simples forem falsas, teremos que:

Marcos é médico	*Maria é estudante*	*Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante*
p	**q**	**p ∧ q**
F	**F**	**F**

Ora, as quatro situações acima esgotam todas as possibilidades para uma conjunção. Fora disso não há! Criamos, portanto, a **Tabela-verdade** que representa uma **conjunção**, ou seja, a tabela-verdade para uma proposição composta com a presença do conectivo **"e"**. Teremos:

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

É preciso que a informação constante da terceira coluna (em destaque) fique guardada em nossa memória: **uma conjunção só será verdadeira, quando ambas as partes que a compõem também forem verdadeiras. E falsa nos demais casos.**

Uma maneira de assimilar bem essa informação seria pensarmos nas sentenças simples como promessas de um pai a um filho: *"eu te darei uma bola* ***e*** *te darei uma bicicleta"*. Ora, pergunte a qualquer criança! Ela vai entender que a promessa é para os dois presentes. Caso o pai não dê nenhum presente, ou dê apenas um deles, a promessa não terá sido cumprida. Terá sido falsa! No entanto, a promessa será verdadeira se as duas partes forem também verdadeiras!

Na hora de formar uma *tabela-verdade* para **duas** proposições componentes (**p** e **q**), saberemos, de antemão, que essa tabela terá quatro linhas. Começaremos, então, fazendo a seguinte estrutura:

p	q

Daí, a coluna da primeira proposição terá sempre a seguinte disposição: dois "vês" seguidos de dois "efes". Assim:

p	q
V	
V	
F	
F	

Enquanto a variação das letras (V e F) para a premissa **p** ocorre de duas em duas linhas, para a premissa **q** é diferente: "vês" e "efes" se alternando a cada linha, começando com um V. Assim:

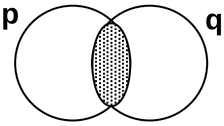
p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Essa estrutura inicial é **sempre assim**, para tabelas-verdade de duas proposições **p** e **q**. A terceira coluna dependerá do **conectivo** que as une, e que está sendo analisado. No caso do conectivo **"e"**, ou seja, no caso da **conjunção**, já aprendemos a completar a nossa tabela-verdade:

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a conjunção " **p e q** " corresponderá à **interseção** do conjunto **p** com o conjunto **q**. Teremos:

p ∩ q



Passemos ao segundo conectivo.

Conectivo "ou": *(disjunção)*

Recebe o nome de **disjunção** toda proposição composta em que as partes estejam unidas pelo conectivo **ou**. Simbolicamente, representaremos esse conectivo por "∨". Portanto, se temos a sentença:

→ *"Marcos é médico **ou** Maria é estudante"*

... então a representaremos por: **p ∨ q**.

Seremos capazes de criar uma *tabela-verdade* para uma *proposição disjuntiva*? Claro! Basta nos lembrarmos da tal promessa do pai para seu filho! Vejamos: *"eu te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta."* Neste caso, a criança já sabe, de antemão, que a promessa é por apenas um dos presentes! Bola **ou** bicicleta! Ganhando de presente apenas um deles, a promessa do pai *já valeu*! Já foi verdadeira! E se o pai for *abastado* e resolver dar os dois presentes? Pense na cara do menino! Feliz ou triste? Felicíssimo! A promessa foi mais do que cumprida. Só haverá um caso, todavia, em que a bendita promessa não se cumprirá: se o pai esquecer o presente, e não der nem a bola e nem a bicicleta. Terá sido falsa toda a *disjunção*.

Daí, concluímos: **uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem ambas falsas! E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!** Teremos as possíveis situações:

Te darei uma bola	*Te darei uma bicicleta*	*Te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta*
p	**q**	**p ∨ q**
V	V	V

Ou:

Te darei uma bola	*Te darei uma bicicleta*	*Te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta*
p	**q**	**p ∨ q**
V	F	V

Ou:

Te darei uma bola	*Te darei uma bicicleta*	*Te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta*
p	**q**	**p ∨ q**
F	V	V

Ou, finalmente:

Te darei uma bola	*Te darei uma bicicleta*	*Te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta*
p	**q**	**p ∨ q**
F	**F**	**F**

Juntando tudo, teremos:

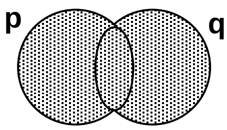
P	**q**	**p ∨ q**
V	**V**	**V**
V	**F**	**V**
F	**V**	**V**
F	**F**	**F**

A promessa inteira só é falsa se as duas partes forem descumpridas!

Observem que as duas primeiras colunas da tabela-verdade acima – as colunas do **p** e do **q** – são exatamente iguais às da tabela-verdade da *conjunção* (p **e** q). Muda apenas a terceira coluna, que agora representa um **"ou"**, a disjunção.

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos por meio de um diagrama, a disjunção "**p ou q**" corresponderá à **união** do conjunto **p** com o conjunto **q**,

p ∪ q



Conectivo "ou ... ou...": *(disjunção exclusiva)*

Há um terceiro tipo de proposição composta, bem parecido com a disjunção que acabamos que ver, mas com uma pequena diferença. Comparemos as duas sentenças abaixo:

*"Te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta"*

*"**ou** te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta"*

A diferença é sutil, mas importante. Reparemos que na primeira sentença vê-se facilmente que se a primeira parte for *verdade* (*te darei uma bola*), isso não impedirá que a segunda parte (*te darei uma bicicleta*) também o seja. Já na segunda proposição, se for verdade que "*te darei uma bola*", então teremos que não será dada a bicicleta. E vice-versa, ou seja, se for verdade que "*te darei uma bicicleta*", então teremos que não será dada a bola.

Ou seja, a segunda estrutura apresenta duas *situações mutuamente excludentes*, de sorte que apenas uma delas pode ser verdadeira, e a restante será necessariamente falsa.

Ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, verdadeiras; ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, falsas.

Na segunda sentença acima, este tipo de construção é uma *disjunção exclusiva*, pela presença dos dois conectivos "ou", que determina que uma sentença é necessariamente verdadeira, e a outra, necessariamente falsa. Daí, o nome completo desta proposição composta é **disjunção exclusiva**.

E como fica a sua tabela-verdade? Ora, uma *disjunção exclusiva* só será verdadeira se obedecer à mútua exclusão das sentenças. Falando mais fácil: só será verdadeira se houver uma das sentenças verdadeira e a outra falsa. Nos demais casos, a *disjunção exclusiva* será falsa.

O símbolo que designa a *disjunção exclusiva* é o "$\underline{\vee}$". E a tabela-verdade será, pois, a seguinte:

p	q	ou p ou q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Conectivo "Se ... então...": *(condicional)*

Estamos agora falando de proposições como as que se seguem:

→ *Se Pedro é médico, então Maria é dentista.*

→ *Se amanhecer chovendo, então não irei à praia.*

Muita gente tem dificuldade em entender o funcionamento desse tipo de proposição. Convém, para facilitar nosso entendimento, que trabalhemos com a seguinte sentença.

→ ***Se nasci em Fortaleza, então sou cearense.***

Cada um de vocês pode adaptar essa frase acima à sua realidade: troque *Fortaleza* pelo nome da sua cidade natal, e troque *cearense* pelo nome que se dá a quem nasce no seu Estado. Por exemplo:

→ *Se nasci em Belém, então sou paraense.*

→ *Se nasci em Niterói, então sou fluminense.*

E assim por diante. Pronto?

Agora me responda: qual é a única maneira de essa proposição estar incorreta? Ora, só há um jeito de essa frase ser falsa: se a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa.

Ou seja, se é verdade que eu *nasci em Fortaleza*, então necessariamente é verdade que *eu sou cearense*.

Se alguém disser que é verdadeiro que *eu nasci em Fortaleza*, e que é falso que *eu sou cearense*, então este *conjunto* estará todo falso.

Percebam que o fato de *eu ter nascido em Fortaleza* é condição **suficiente** (basta isso!) para que se torne um resultado **necessário** que *eu seja cearense*. Mirem nessas palavras: *suficiente* e *necessário*.

→ *Uma **condição suficiente** gera um **resultado necessário**.*

Percebam, pois, que se alguém disser que: *"Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica"*, então nós podemos reescrever essa sentença, usando o *formato* da condicional. Teremos:

"Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica" é igual a:

"Se Pedro for rico, então Maria é médica"

Por outro lado, se ocorrer de alguém disser que: *"Maria ser médica é condição necessária para que Pedro seja rico"*, também poderemos traduzir isso de outra forma:

"Maria ser médica é condição necessária para que Pedro seja rico" é igual a:

"Se Pedro for rico, então Maria é médica"

O conhecimento de como se faz essa *tradução* das palavras **suficiente** e **necessário** para o formato da *proposição condicional* já foi bastante exigido em questões de concursos.

Não podemos, pois esquecer disso:

→ *Uma **condição suficiente** gera um **resultado necessário**.*

Pois bem! Como ficará nossa tabela-verdade, no caso da *proposição condicional*? Pensaremos aqui pela via de exceção: só será falsa esta estrutura quando a houver a condição suficiente, mas o resultado necessário não se confirmar. Ou seja, quando a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa. Nos demais casos, a condicional será verdadeira.

A sentença condicional “*Se **p**, então **q**” será representada por uma seta: **p→ q**.*

*Na proposição “Se **p**, então **q**” , a proposição **p** é denominada de antecedente, enquanto a proposição **q** é dita conseqüente.*

Teremos:

p	**q**	**p → q**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

As seguintes expressões podem se empregar como **equivalentes** de "**Se p, então q**":

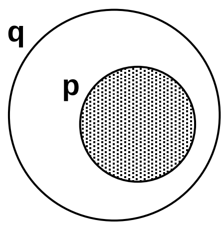
__Se__ A, B. — *A é __condição suficiente__ para B.*
B, __se__ A. — *B é __condição necessária__ para A.*
__Quando__ A, B. — *A __somente se__ B.*
A __implica__ B. — *__Todo__ A é B.*

Daí, a proposição condicional: “***Se** chove, **então** faz frio*” poderá também ser dita das seguintes maneiras:

→ **Se** chove, faz frio.
→ Faz frio, **se** chove.
→ **Quando** chove, faz frio.
→ Chover **implica** fazer frio.
→ Chover é ***condição* suficiente** para fazer frio.
→ Fazer frio é ***condição* necessária** para chover.
→ Chove **somente se** faz frio.
→ **Toda** vez que chove, faz frio.

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a proposição condicional "**Se p então q**" corresponderá à **inclusão** do conjunto **p** no conjunto **q** (p está contido em q):

p ⊂ q



Conectivo “... se e somente se ...”: *(bicondicional)*

A estrutura dita *bicondicional* apresenta o conectivo *“se e somente se”*, separando as duas sentenças simples.

Trata-se de uma proposição de fácil entendimento. Se alguém disser:

*“Eduardo fica alegre **se e somente se** Mariana sorri”.*

É o mesmo que fazer a conjunção entre as duas proposições condicionais:

→ *“Eduardo fica alegre **somente se** Mariana sorri **e** Mariana sorri **somente se** Eduardo fica alegre”*.

Ou ainda, dito de outra forma:

→ *“Se Eduardo fica alegre, então Mariana sorri **e** se Mariana sorri, então Eduardo fica alegre”.*

São construções de mesmo sentido!

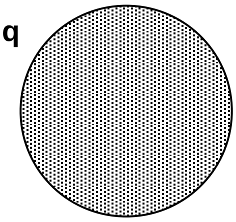
Sabendo que a *bicondicional* é uma *conjunção* entre duas *condicionais*, então a ***bicondicional*** será **falsa** somente quando os valores lógicos das duas proposições que a compõem forem diferentes. Em suma: haverá duas situações em que a *bicondicional* será verdadeira: quando antecedente e conseqüente forem ambos verdadeiros, ou quando forem ambos falsos. Nos demais casos, a *bicondicional* será falsa.

Sabendo que a frase "***p** se e somente se **q***" é representada por **"$p \leftrightarrow q$"**, então nossa tabela-verdade será a seguinte:

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a proposição bicondicional "**p se e somente se q**" corresponderá à **igualdade** dos conjuntos **p** e **q**.

p = q



Observação: Uma proposição bicondicional "**p se e somente se q**" equivale à proposição composta: "**se p então q e se q então p**", ou seja,

" $p \leftrightarrow q$ " é a mesma coisa que " $(p \to q)$ **e** $(q \to p)$ "

São também **equivalentes** à bicondicional "**p se e somente se q**" as seguintes expressões:

→ *A **se e só se** B.*
→ ***Se** A **então** B **e se** B **então** A.*
→ *A **somente se** B **e** B **somente se** A.*
→ *A é **condição suficiente** para B **e** B é **condição suficiente** para A.*
→ *B é **condição necessária** para A **e** A é **condição necessária** para B.*
→ ***Todo** A é B **e todo** B é A.*
→ ***Todo** A é B **e** reciprocamente.*

Via de regra, em questões de prova, só se vê mesmo a bicondicional no seu *formato tradicional*: *"p se e somente se q".*

Partícula "*não*": *(negação)*

Veremos algo de suma importância: como negar uma proposição.

No caso de uma proposição simples, não poderia ser mais fácil: basta pôr a palavra **não** antes da sentença, e já a tornamos uma negativa. Exemplos:

→ *João é médico.* **Negativa:** *João **não** é médico.*

→ *Maria é estudante.* **Negativa:** *Maria **não** é estudante.*

Reparemos que, caso a sentença original já seja uma negativa (já traga a palavra *não*), então para negar a negativa, teremos que excluir a palavra *não*. Assim:

→ *João **não** é médico.* **Negativa:** *João é médico.*

→ *Maria **não** é estudante.* **Negativa:** *Maria é estudante.*

Pronto! Em se tratando de fazer a *negação* de proposições simples, já estamos *craques*!

O símbolo que representa a negação é uma pequena *cantoneira* (¬) ou um sinal de til (**~**), antecedendo a frase. (Adotaremos o *til*). Assim, a tabela-verdade da *negação* é mais simplificada que as demais já vistas. Teremos:

p	~p
V	F
F	V

Podem-se empregar, também, como equivalentes de "**não A**", as seguintes expressões:

→ ***Não é verdade que A***.
→ ***É falso que A***.

Daí as seguintes frases são equivalentes:

→ Lógica **não** é fácil.

→ ***Não é verdade que*** Lógica é fácil.

→ ***É falso que*** Lógica é fácil.

Negativa de uma Proposição Composta:

O que veremos aqui seria o suficiente para acertarmos algumas questões de concurso. Já sabemos negar uma proposição simples. Mas, e se for uma *proposição composta,* como fica? Aí, dependerá de qual é a estrutura em que se encontra essa *proposição*.

Veremos, pois, uma a uma:

→ Negação de uma Proposição Conjuntiva: ~(p e q)

Para negarmos uma proposição no formato de conjunção (**p** e **q**), faremos o seguinte:

1) Negaremos a primeira (**~p**);

2) Negaremos a segunda (**~q**);

3) Trocaremos **e** por **ou**.

E só!

Daí, a questão dirá: "*Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista*", e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja *logicamente equivalente* a esta fornecida.

Analisemos: o começo da sentença é "*não é verdade que...*". Ora, dizer que "*não é verdade que...*" é nada mais nada menos que negar o que vem em seguida.

E o que vem em seguida? Uma estrutura de conjunção!

Daí, como negaremos que "*João é médico e Pedro é dentista*"? Da forma explicada acima:

1) Nega-se a primeira parte: (**~p**): "*João* ***não*** *é médico*"

2) Nega-se a segunda parte: (**~q**): "*Pedro* ***não*** *é dentista*"

3) Troca-se **e** por **ou**, e o resultado final será o seguinte:

→ "*João não é médico* ***ou*** *Pedro não é dentista*".

Traduzindo para a linguagem da lógica, diremos que:

$$\boxed{\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q}$$

Como fomos chegar à essa conclusão? Ora, por meio da comparação entre as tabelas-verdade das duas proposições acima. Vejamos como foi isso. Primeiro, trabalhemos a tabela-verdade do **~(p ∧ q)**.

Tudo começa com aquele formato básico, que já é nosso conhecido:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Daí, faremos a próxima coluna, que é a da *conjunção* (**e**). Teremos:

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Por fim, construiremos a coluna que é a negativa desta terceira. Ora, já sabemos que com a negativa, o que é verdadeiro vira falso, e o que é falso vira verdadeiro.

Logo, teremos:

p	q	(p ∧ q)	~(p ∧ q)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Guardemos, pois, essa última coluna (em destaque). Ela representa o *resultado lógico* da estrutura **~(p ∧ q)**.

Agora, construamos a tabela-verdade da estrutura **~p v ~q**, e comparemos os resultados.

No início, teremos:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Faremos agora as duas colunas das duas negativas, de **p** e de **q**. Para isso, conforme já sabemos, quem for **V** virará **F**, e vice-versa. Teremos:

p	q	~p	~q
V	V	F	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Agora, passemos à coluna final: **~p v ~q**. Aqui nos lembraremos de como funciona uma *disjunção*. A *disjunção* é a estrutura do **ou**. Para ser verdadeira, basta que uma das sentenças também o seja. Daí, teremos:

p	q	~p	~q	~p ∨ ~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

Finalmente, comparemos a *coluna resultado* (em destaque) desta estrutura **(~p ∨ ~q)** com aquela que estava *guardada* da estrutura **~(p ∧ q)**. Teremos:

$\sim(p \wedge q)$
F
V
V
V

$\sim p \vee \sim q$
F
V
V
V

Resultados idênticos! Daí, do *ponto de vista lógico*, para negar **p e q**, negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **e** por **ou**.

Já sabendo disso, não perderemos tempo na prova construindo tabela-verdade para saber como se faz a negativa de uma *conjunção*! Esse exercício que fizemos acima, de comparar as *colunas-resultado* das duas tabelas, serviu apenas para explicar a origem dessa equivalência lógica.

Ou seja, para dizer se uma proposição é, *do ponto de vista lógico, equivalente* a outra, basta fazer uma comparação entre suas tabelas-verdade concluídas.

→ Negação de uma Proposição Disjuntiva: ~(p ou q)

Para negarmos uma proposição no formato de disjunção (**p** ou **q**), faremos o seguinte:

1) Negaremos a primeira (**~p**);
2) Negaremos a segunda (**~q**);
3) Trocaremos **ou** por **e**.

Se uma questão de prova disser: "Marque a assertiva que é logicamente equivalente à seguinte frase: *Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro".*

Pensemos: a frase em tela começa com um "*não é verdade que...*", ou seja, o que se segue está sendo negado! E o que se segue é uma estrutura em forma de *disjunção*. Daí, obedecendo aos passos descritos acima, faremos:

1) Nega-se a primeira parte: (**~p**): "*Pedro **não** é dentista*"

2) Nega-se a segunda parte: (**~q**): "*Paulo **não** é engenheiro*"

3) Troca-se **ou** por **e**, e o resultado final será o seguinte:

→ *"Pedro **não** é dentista **e** Paulo **não** é engenheiro".*

Na linguagem apropriada, concluiremos que:

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Se formos curiosos, poderemos fazer a comprovação – via tabelas-verdade – desta conclusão acima. Somos curiosos? Claro! Tomemos a primeira parte: **$\sim(p \vee q)$**. Teremos, de início:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Depois, construindo a coluna da *disjunção* **(p ou q)**, teremos:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Finalmente, fazendo a negação da coluna da *disjunção*, teremos:

p	q	p ∨ q	~(p ∨ q)
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Guardemos essa *coluna resultado* para o final. E passemos à segunda parte da análise: a estrutura **~p ∧ ~q**. Teremos, a princípio, o seguinte:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Construindo-se as colunas das negações de **p** e de **q**, teremos:

p	Q	~p	~q
V	V	F	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Finalmente, fazendo a *conjunção* **~p e ~q**, teremos o seguinte resultado:

p	Q	~p	~q	~p ∧ ~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Concluindo, comparemos a *coluna resultado* (em destaque) desta estrutura **(~p ∧ ~q)** com aquela que estava *guardada* da estrutura **~(p ∨ q)**. Teremos

~(p ∨ q)
V
V
V
F

~p ∧ ~q
V
V
V
F

Resultados idênticos! Daí, do *ponto de vista lógico*, para negar **"p ou q"**, negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **ou** por **e**.

→ Negação de uma Proposição Condicional: ~(p → q)

Esta negativa é a mais cobrada em prova! Já, já, veremos exercícios de concursos bem recentes. Como é que se nega uma condicional? Da seguinte forma:

1º) Mantém-se a primeira parte; **e**

2º) Nega-se a segunda.

Por exemplo, como seria a negativa de "*Se chover, então levarei o guarda-chuva*"?

1º) Mantendo a primeira parte: *"Chove"* **e**

2º) Negando a segunda parte: "*eu não levo o guarda-chuva".*

Resultado final: *"Chove e eu não levo o guarda-chuva".*

Na linguagem lógica, teremos que:

$$\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$$

Vejamos a questão seguinte, que caiu na prova de Gestor Fazendário de Minas Gerais, realizada há poucos dias:

(GEFAZ/MG-2005) A afirmação "Não é verdade que, se Pedro está em Roma, então Paulo está em Paris" é logicamente equivalente à afirmação:

a) É verdade que 'Pedro está em Roma e Paulo está em Paris'.
b) Não é verdade que 'Pedro está em Roma ou Paulo não está em Paris'.
c) Não é verdade que 'Pedro não está em Roma ou Paulo não está em Paris'.
d) Não é verdade que "Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris'.
e) É verdade que 'Pedro está em Roma ou Paulo está em Paris'.

Sol.: Vamos pensar juntos. Vejamos que a frase em análise começa com *"não é verdade que..."*. Logo, estamos lidando com uma negação! E o que se segue a esta negação? Uma *proposição condicional*, ou seja, uma sentença do tipo *"Se p, então q".*

Daí, recordaremos aquilo que acabamos de aprender: para negar uma *condicional*, manteremos a primeira parte **e** negaremos a segunda. Teremos:

1) Mantendo a primeira parte: *"Pedro está em Roma"* **e**

2) Negando a segunda parte: *"Paulo não está em Paris".*

O resultado ficou assim: **"Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris".**

Daí, procuraremos entre as opções de resposta, alguma que diga justamente que: *"É verdade que 'Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris".* Encontramos? Não encontramos! Só há duas opções de resposta que começam com *"É verdade que..."*, que são as letras ***a*** e ***e****.* Estão, pois, descartadas essas duas opções.

Restam as letras ***b***, ***c*** e ***d***. Todas essas começam com *"Não é verdade que..."*. Ou seja, começam com uma negação! Daí, fica claro perceber que o que precisamos fazer agora é encontrar uma proposição cuja negativa resulte exatamente na frase ***Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris***, a qual havíamos chegado.

Ou seja, a proposição ***Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris*** será o *resultado* de uma negação!

Ora, aprendemos há pouco que negando uma *disjunção* (**ou**), chegaremos a uma *conjunção* (**e**), e vice-versa. Vejamos:

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q \qquad \text{e} \qquad \sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Estamos com o segundo caso, em que o resultado é uma *conjunção* (**e**):

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

Observem que ***Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris*** corresponde ao resultado $\sim p \wedge \sim q$, que é a segunda parte da igualdade.

Estamos à procura da primeira parte, que é $\sim(p \vee q)$.

Logo, teremos que:

→ o *til* (**~**) corresponde a: *"Não é verdade que..."*

→ o **p** corresponde a: *"Pedro não está em Roma"*;

→ o ∨ corresponde a *ou;*

→ o **q** corresponde a: *"Paulo está em Paris".*

E chegamos a:

"Não é verdade que Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris".

Esta é nossa **resposta**! Letra **d**.

Vejamos o caminho que foi trilhado, até chegarmos à resposta:

1º) Fizemos a negação de uma *proposição condicional* (*se...então*). O resultado deste primeiro passo é sempre uma *conjunção* (**e**).

2º) Achamos a **proposição equivalente** à *conjunção* encontrada no primeiro passo.

Na seqüência, apresentaremos duas tabelas que trazem um resumo das relações vistas até este momento. Vejamos:

:

Estrutura lógica	É verdade quando	É falso quando
p ∧ q	p e q são, ambos, verdade	um dos dois for falso
p ∨ q	um dos dois for verdade	p e q, ambos, são falsos
p → q	nos demais casos	p é verdade e q é falso
p ↔ q	p e q tiverem valores lógicos iguais	p e q tiverem valores lógicos diferentes
~p	p é falso	p é verdade

Negativas das Proposições Compostas:

negação de (p e q)	é	**~p ou ~q**
negação de (p ou q)	é	**~p e ~q**
negação de (p → q)	é	**p e ~q**
negação de (p ↔ q)	é	**[(p e ~q) ou (q e ~p)]**

Encerraremos esta primeira aula com uma lista de questões de concurso, as quais poderemos tentar resolver somente com os conhecimentos já adquiridos. É o nosso...

DEVER DE CASA

01. (AFC-STN/2005) Se Marcos não estuda, João não passeia. Logo:

a) Marcos estudar é condição necessária para João não passear.
b) Marcos estudar é condição suficiente para João passear.
c) Marcos não estudar é condição necessária para João não passear.
d) Marcos não estudar é condição suficiente para João passear.
e) Marcos estudar é condição necessária para João passear.

02. (Fiscal Recife/2003) Pedro, após visitar uma aldeia distante, afirmou: "Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta". A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Pedro seja verdadeira é que seja verdadeira a seguinte proposição:

a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta.
c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta.
d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

03. (AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto.
d) se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
e) se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

04. (MPOG/2001) Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é logicamente equivalente a dizer que:

a) André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro.
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
c) Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro

05. (CVM/2000) Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:

a) pelo menos um economista não é médico
b) nenhum economista é médico
c) nenhum médico é economista
d) pelo menos um médico não é economista
e) todos os não médicos são não economistas

06. (Fiscal Trabalho/98) Dizer que "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista" é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:

a) se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista
b) se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro
c) se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista
d) se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista
e) se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é paulista

07. (Fiscal Trabalho/98) A negação da afirmação condicional "se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva" é:

a) se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva
b) não está chovendo e eu levo o guarda-chuva
c) não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva
d) se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva
e) está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

08. (SERPRO/96) Uma sentença logicamente equivalente a "Pedro é economista, então Luísa é solteira" é:

a) Pedro é economista ou Luísa é solteira.
b) Pedro é economista ou Luísa não é solteira.
c) Se Luísa é solteira,Pedro é economista;
d) Se Pedro não é economista, então Luísa não é solteira;
e) Se Luísa não é solteira, então Pedro não é economista.

Não esgotamos ainda o tópico de conceitos iniciais! Ainda há vários deles a serem explanados, o que será feito na próxima aula.

Voltaremos também a falar em *Tabela-Verdade*, e faremos muitos exercícios com elas!

Essas aulas iniciais são de fundamental importância, pois muitos destes conceitos nos acompanharão por todo o curso.

Por isso, é importante que vocês leiam e releiam tudo o que foi visto aqui hoje. Com calma, sem aperreios! E não esqueçam de tentar fazer as questões do *dever de casa*. As resoluções serão trazidas na próxima aula.

Ficamos hoje por aqui. Forte abraço a todos, e fiquem com Deus!