AULA 2: CONCEITOS INICIAIS (Continuação)

Olá, amigos!

Retornamos hoje para dar seqüência aos *Fundamentos da Lógica* – conceitos iniciais – que demos início na aula passada.

Convém sabermos que estas duas primeiras aulas são, por assim dizer, os *pilares* do curso inteiro. É possível que hoje tenhamos uma aula de muitas páginas, mas faremos o máximo esforço para que tudo seja explicado da forma mais minuciosa possível.

Doravante, passaremos a ter o cuidado de numerar todas as tabelas do texto, a fim de facilitar futuras referências a qualquer uma delas.

Comecemos com duas *erratas* da aula um. A primeira delas foi logo na primeira página, quando estávamos apresentando o conceito de *proposição*, e citamos alguns exemplos, chamando-as de proposições **p**, **q** e **r**. Pois bem, a premissa **q** tinha o texto: "5 < 8". Acharam? Logo em seguida, dissemos que o *valor lógico* dessa proposição era *falso* (**VL(q)=F**)! Erramos! Obviamente que é verdadeiro que 5<8. Corrigiremos, trocando o sinal de 'menor que' pelo 'maior que' (>). E aí, sim, terá valor lógico *falso* a proposição "5 > 8".

A segunda correção diz respeito à última tabela que apresentamos na página 12, no momento em que estávamos comparando as tabelas-verdade que resultam das estruturas **~(p v q)** e **~p ∧ ~q**. Na ocasião, concluímos que:

TABELA 01

~(p ∨ q)	~p ∧ ~q
V	V
V	V
V	V
F	F

Ora, os resultados destas duas estruturas são, sim, iguais! Só que, na verdade, seus resultados são, corrigindo as tabelas acima, os seguintes:

TABELA 02

~(p ∨ q)	~p ∧ ~q
F	F
F	F
F	F
V	V

Correções feitas, passemos a uma breve revisão (breve mesmo!) do que vimos até aqui, e do que temos obrigação de saber até agora:

REVISÃO DA AULA PASSADA:

Proposição: é toda sentença a qual poderá ser atribuído um valor lógico (verdadeiro ou falso); haverá proposições simples ou compostas.

As proposições compostas podem assumir diversos formatos, ou seja, diversas *estruturas*, dependendo do *conectivo lógico* que esteja unindo as suas proposições componentes. Assim, haverá proposições compostas chamadas **conjunções (E)**, **disjunções (OU)**, **disjunções exclusivas (OU...OU...)**, **condicionais (SE...ENTÃO...)**, e **bicondicionais (...SE E SOMENTE SE...)**.

Para entendermos mais facilmente o funcionamento dos três primeiros tipos de proposições compostas (conjunção, disjunção e disjunção exclusiva), podemos fazer uma analogia com a promessa de um pai para um filho. Lembram-se? *"Te darei uma bola **e** te darei uma bicicleta"*; *"te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta"*, *"**ou** te darei uma bola **ou** te darei uma bicicleta"*.

 # Conjunção é aquela proposição composta que assume o formato "***proposição p E proposição q***". Uma conjunção somente será verdadeira se ambas as sentenças componentes também forem verdadeiras. A *tabela-verdade* de uma conjunção será, portanto, a seguinte:

TABELA 03

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Recordando: a promessa do pai só terá sido cumprida se as duas partes dela forem observadas!

 # Disjunção é a proposição composta que assume o formato "***proposição p OU proposição q***". Para que uma disjunção seja verdadeira, basta que uma das sentenças componentes também o seja. A *tabela-verdade* de uma disjunção será, portanto, a seguinte:

TABELA 04

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Recordando: basta o pai cumprir uma das partes da promessa e toda ela já terá sido cumprida!

 # Disjunção Exclusiva é a proposição que tem o formato "***OU proposição p OU proposição q***". Na disjunção exclusiva, o cumprimento de uma parte da promessa exclui o cumprimento da outra parte. A *tabela-verdade* de uma disjunção exclusiva será, portanto, a seguinte:

TABELA 05

p	q	p ⊻ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Recordando: a promessa do pai só é válida se ele der apenas um presente!

 # Condicional é a proposição composta que tem o formato "***SE proposição p, ENTÃO proposição q***". Para o melhor entendimento deste tipo de estrutura, <u>*somente para efeitos didáticos*</u>, lembraremos da seguinte proposição:

"Se nasci em Fortaleza, então sou cearense".

A estrutura condicional é de tal forma que "*uma **condição suficiente** gera um **resultado necessário***". Ora, o fato de alguém ter nascido em Fortaleza já é condição suficiente para o resultado necessário: ser cearense.

Pensando desta forma, a única maneira de tal estrutura se tornar FALSA seria no caso em que **existe a condição suficiente**, mas o resultado (que deveria ser necessário!) não se verifica!

Ou seja, só é falsa a condicional se a primeira proposição (condição suficiente) for VERDADEIRA e a segunda proposição (resultado necessário) for FALSA. A *tabela-verdade* de uma condicional será, portanto, a seguinte:

TABELA 06

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Como já era o esperado, a maioria das dúvidas enviadas para o nosso fórum versaram acerca da condicional. Uma coisa tem que ficar perfeitamente clara: o exemplo com o qual trabalhamos acima (*"se nasci em Fortaleza então sou cearense")* foi escolhido exclusivamente para efeitos didáticos! Na realidade, não é preciso que exista qualquer conexão de sentido entre o conteúdo das proposições componentes da condicional.

Por exemplo, poderemos ter a seguinte sentença:

"Se a baleia é um mamífero, então o papa é alemão"

Viram? O que interessa é apenas uma coisa: a primeira parte da condicional é uma **condição suficiente** para a obtenção de um resultado necessário. Este **resultado necessário** será justamente a segunda parte da condicional.

Voltemos a pensar na *frase modelo* da condicional:

"Se nasci em Fortaleza, então sou cearense".

No fórum, alguém perguntou como seria possível considerar a condicional VERDADEIRA, sendo a primeira parte dela falsa e a segunda verdadeira (vide terceira linha *tabela-verdade*):

TABELA 07

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ora, seria possível que *eu não tenha nascido em Fortaleza*, e ainda assim que *eu seja cearense*? Claro! Posso perfeitamente ter nascido em qualquer outra cidade do Ceará, que não Fortaleza! Certo? Ou seja, não invalida a condicional o fato de a primeira parte ser falsa e a segunda ser verdadeira. Ok?

É imprescindível que fique guardado na memória de vocês a seguinte conclusão:

A condicional somente será FALSA quando o *antecedente* for VERDADEIRO e o *conseqüente* for FALSO!

Esta é a informação crucial. Mesmo que a compreensão da estrutura não tenha, neste primeiro momento, ficado inteiramente clara para alguém, o mais importante, por hora, é guardar bem a conclusão acima. Ok? Ao longo das aulas, temos certeza que alguns pontos irão clareando mais e mais.

 # Bicondicional é a proposição composta do formato "***proposição p SE E SOMENTE SE proposição q***". Nesta estrutura, as duas partes componentes estão, por assim dizer, *amarradas*: se uma for VERDADEIRA, a outra também terá que ser VERDADEIRA; se uma for FALSA, a outra também terá que ser FALSA.

Será, portanto, válida a estrutura *bicondicional* se esta característica se verificar: ambas as proposições verdadeiras, ou ambas falsas. A *tabela-verdade* de uma *bicondicional* será, portanto, a seguinte:

TABELA 08

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Negação de uma Proposição Simples:

Nada mais fácil: o que é VERDADEIRO torna-se falso, e vice-versa!

A tabela-verdade será, portanto, a seguinte:

TABELA 09

p	~p
V	F
F	V

Negação de uma Proposição Composta:

→ **Negação de uma Conjunção:**

A *negativa* de uma conjunção se faz assim:

1°) Nega-se a primeira parte;

2°) Nega-se a segunda parte;

3°) Troca-se o E por um OU.

Ou seja: $\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$

Assim, para negar a seguinte sentença:

*"Te darei uma bola **E** te darei uma bicicleta"*

Faremos:

*"Não te darei uma bola **OU** não te darei uma bicicleta"*

→ **Negação de uma Disjunção:**

A *negativa* de uma disjunção se faz assim:

1°) Nega-se a primeira parte;

2°) Nega-se a segunda parte;

3°) Troca-se o OU por um E.

Ou seja: $\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$

Assim, para negar a seguinte sentença:

*"Te darei uma bola **OU** te darei uma bicicleta"*

Faremos:

*"Não te darei uma bola **E** não te darei uma bicicleta"*

→ **Negação de uma Condicional:**

A *negativa* de uma condicional se faz assim:

1°) Mantém-se a primeira parte; E

2°) Nega-se a segunda parte;

Ou seja: $\sim(p \rightarrow q) = p \wedge \sim q$

Assim, para negar a seguinte sentença:

"Se a baleia é um mamífero, então o papa é alemão"

Faremos:

*"A baleia é uma mamífero **E** o papa não é alemão"*

Essencialmente, foi este o conteúdo de nossa primeira aula.

Passemos a analisar algumas questões do *dever de casa* que ficou para vocês fazerem.

RESOLUÇÃO DO DEVER DE CASA

Resolveremos ainda hoje as oito questões que ficaram pendentes! Na seqüência, faremos algumas delas. As demais, em páginas mais adiante.

Comecemos com a questão 2:

02. (Fiscal Recife/2003) Pedro, após visitar uma aldeia distante, afirmou: "Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta". A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Pedro seja verdadeira é que seja verdadeira a seguinte proposição:

a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta.
c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta.
d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

Sol.: Ora, aqui percebemos que há uma *proposição simples* no enunciado, e que precisa ser analisada. Qual é essa proposição? A seguinte:

"Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta"

Se observarmos bem, veremos que esta sentença contém duas negações. Vejamos em destaque:

*"**Não é verdade** que todos os aldeões daquela aldeia **não dormem a sesta**"*

Também é fato que nosso cérebro *trabalha* mais facilmente com afirmações que com negações. Tiremos a prova! Vamos trocar essas expressões negativas da frase acima por *afirmações correspondentes.* Podemos, então, trocar *"não é verdade"* por *"é mentira"*. Todos concordam? É a mesma coisa? Claro! Trocaremos também *"não dormem a sesta"* por *"ficam acordados"*. Pode ser? Teremos:

*"**É mentira** que todos os aldeões daquela aldeia **ficam acordados**"*

Agora interpretemos a frase acima: ora, se é mentira que todos os aldeões ficam acordados, significa que **pelo menos um deles dorme**! Concordam? É a resposta da questão, opção **C**!

Daqui, extrairemos uma lição: a palavra-chave da frase em questão é **TODOS**. É esta palavra que está sendo negada! E, conforme vimos, a negação de TODOS é PELO MENOS UM (=ALGUM).

Podemos até criar a seguinte tabela:

TABELA 10

p	~p
TODO A é B	**ALGUM A não é B**
ALGUM A é B	**NENHUM A é B**

Questão semelhante já havia sido cobrada também pela Esaf. A frase em análise então era a seguinte: "***Não é verdade que todas as pessoas daquela família não são magras***". Como interpretar essa frase? Do mesmo jeito: primeiramente, troquemos as partes negativas por afirmações correspondentes. Teríamos o seguinte: "***É mentira que todas as pessoas daquela família são gordas***". Ora, se é mentira que todas são gordas, então é porque pelo menos uma delas é magra! Só isso e mais nada.

Adiante!

03. (AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que:

a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto.
d) se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
e) se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

Sol.: Esta é bem simples! Trata-se da negação (*"não é verdade que..."*) de uma conjunção (E). Ora, sabemos que na hora de negar uma conjunção, teremos: $\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$

Daí, negando a primeira parte, teremos: *Pedro não é pobre*. Negando a segunda parte: *Alberto não é alto*. Finalmente, trocando o **E** por um **OU**, concluiremos que:

Não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto

é igual a:

Pedro não é pobre ou Alberto não é alto. **→ Resposta (letra A)!**

Deixemos a questão 4 para daqui a pouco.

05. (CVM/2000) Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:

a) pelo menos um economista não é médico
b) nenhum economista é médico
c) nenhum médico é economista
d) pelo menos um médico não é economista
e) todos os não médicos são não economistas

Sol.: Esta questão agora se tornou muito fácil, após termos feito a questão dois. Aprendemos, inclusive com uma tabela apropriada, que a palavra TODOS é negada por PELO MENOS UM (=ALGUM). Daí, se o enunciado diz que é FALSA a sentença "*Todos os economistas são médicos*", o que ela quer na verdade é que façamos a NEGAÇÃO desta frase!

Ora, se *é mentira que todos os economistas são médicos*, é fácil concluirmos que *pelo menos um economista não é médico*! É nossa resposta – opção A!

Pulemos a sexta, por enquanto!

07. (Fiscal Trabalho/98) A negação da afirmação condicional "se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva" é:

a) se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva
b) não está chovendo e eu levo o guarda-chuva
c) não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva
d) se estiver chovendo, eu não levo o guarda-chuva
e) está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

Sol.: Esta também não traz grande dificuldade! O que a questão pede é a negação de uma condicional. Ora, já aprendemos como se faz isso: mantém-se a primeira parte **E** nega-se a segunda! Daí, concluiremos o seguinte:

"se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva"

é igual a:

"está chovendo E eu não levo o guarda-chuva" → **Resposta (letra E)!**

Ao longo desta aula, resolveremos as questões que ficaram faltando!

TABELAS-VERDADE:

Trataremos agora um pouco mais a respeito de uma **TABELA-VERDADE**.

Aprendemos que se trata de uma tabela mediante qual são analisados os valores lógicos de proposições compostas.

Na aula passada, vimos que uma *Tabela-Verdade* que contém **duas** proposições apresentará exatamente um número de **quatro** linhas! Mas e se estivermos analisando uma proposição composta com três ou mais proposições componentes? Como ficaria a tabela-verdade neste caso?

Generalizando para qualquer caso, teremos que o número de linhas de uma tabela-verdade será dado por:

Nº de Linhas da Tabela-Verdade = $2^{\text{Nº de proposições}}$

Ou seja: se estivermos trabalhando com duas proposições **p** e **q**, então a tabela-verdade terá **4** linhas, já que $2^2=4$.

E se estivermos trabalhando com uma proposição composta que tenha três componentes **p**, **q** e **r**? Quantas linhas terá essa tabela-verdade? Terá **8 linhas**, uma vez que $2^3=8$.

E assim por diante.

→ TABELAS-VERDADES PARA p E q:

Trabalhando com duas proposições componentes, a estrutura inicial da tabela-verdade será sempre aquela que já aprendemos na aula passada. Qual seja:

TABELA 11

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

E a próxima coluna (ou próximas colunas) da tabela-verdade dependerá dos conectivos que estarão presentes na proposição composta.

Já sabemos construir, pelo menos, cinco tabelas-verdade de proposições compostas! Claro! A tabela-verdade da conjunção, da disjunção, da disjunção exclusiva, da condicional e da bicondicional.

Com este conhecimento prévio, já estamos aptos a construir as tabelas-verdade de qualquer outra proposição condicional formada por duas proposições componentes (**p** e **q**). Designaremos tal proposição composta da seguinte forma: **P(p, q)**.

Suponhamos, pois, que estamos diante da seguinte proposição composta:

P(p, q)=~(p v ~q)

...e desejamos construir a sua tabela-verdade. Como seria? O início da tabela é, conforme sabemos, sempre o mesmo. Teremos:

TABELA 12

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Agora olhemos para a proposição que estamos trabalhando **[~(p v ~q)]** e comparemos o que já temos na tabela acima com o que ainda precisamos encontrar. Já temos o **~q**? Ainda não! Então, é nosso próximo passo: construir a coluna da **negação de q**. Teremos:

TABELA 13

p	q	~q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

Seguindo adiante, construiremos agora a coluna referente ao parênteses **(p v ~q)**. Trata-se pois, de uma *disjunção*, cujo funcionamento já é nosso conhecido (só será falsa se as duas partes forem falsas!). Colocaremos em destaque (sombreado) as colunas de nosso interesse para a formação desta *disjunção*. Teremos:

TABELA 14

p	q	~q	p v ~q
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

Ficou claro para todo mundo? Vejamos de novo: colocando as duas colunas (**p** e **~q**) lado a lado, veremos que só na terceira linha ocorre a situação **FALSO** e **FALSO**, a qual torna também FALSA a *conjunção.* Vejamos:

TABELA 15

p	~q	p v ~q
V	F	V
V	V	V
F	F	F
F	V	V

Por fim, concluindo a análise desta proposição composta, resta-nos construir a coluna que é a própria proposição: **~(p v ~q)**. Ou seja, faremos a **negação** da *conjunção* acima. Para isso, quem for VERDADEIRO vira FALSO e vice-versa. Teremos:

TABELA 16

p	Q	~q	p v ~q	~(p v ~q)
V	V	F	V	F
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	V	F

É este, portanto, o resultado final da *tabela-verdade* para a proposição **~(p v ~q)**.

Uma coisa muito importante que deve ser dita neste momento é que, na hora de construirmos a *tabela-verdade* de uma proposição composta qualquer, teremos que seguir uma certa **ordem de precedência** dos conectivos. Ou seja, os nossos passos terão que obedecer a uma seqüência.

Começaremos sempre trabalhando com o que houver **dentro dos parênteses**. Só depois, passaremos ao que houver fora deles. Em ambos os casos, sempre obedecendo à seguinte ordem:

1º) Faremos as **negações** (~);

2º) Faremos as **conjunções (E)** ou **disjunções (OU)**, na ordem em que aparecerem;

3º) Faremos a **condicional (SE...ENTÃO...)**;

4º) Faremos a **bicondicional (...SE E SOMENTE SE...)**.

Confira novamente o trabalho que fizemos acima, para construir a tabela-verdade da proposição **[~(p v ~q)]**. Vide tabelas 12 a 16 supra. Primeiro, trabalhamos o parênteses, fazendo logo uma **negação** (tabela 13). Depois, ainda dentro do parênteses, fizemos uma **disjunção** (tabela 14). E concluímos trabalhando fora do parênteses, fazendo nova **negação**. Observemos que só se passa a trabalhar *fora* do parênteses quando não há mais o que se fazer *dentro* dele.

Passemos a um exercício mais elaborado de *tabela-verdade*! Caso você queira, pode tentar a resolução sozinho e depois conferir o seu resultado. Vamos a ele:

→ **EXERCÍCIO:** Construa a *tabela-verdade* da seguinte proposição composta:

P(p,q)= (p ^ ~q) v (q ^ ~p)

Sol.: Observamos que há dois parênteses. Começaremos, pois, a trabalhar o primeiro deles, isoladamente. Nossos passos, obedecendo à *ordem de precedência* dos conectivos, serão os seguintes:

→ 1º Passo) A negação de **q**:

TABELA 17

p	q	~q
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

→ 2º Passo) A conjunção:

TABELA 18

p	q	~q	p ∧ ~q
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Deixemos essa *coluna-resultado* de molho para daqui a pouco, e passemos a trabalhar o segundo parênteses. Teremos:

→ 3º Passo) A negação de **p**:

TABELA 19

p	q	~p
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

→ 4º Passo) A conjunção:

TABELA 20

p	q	~p	q ∧ ~p
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

→ 5º Passo) Uma vez trabalhados os dois parênteses, faremos, por fim, a disjunção que os une. Teremos:

TABELA 21

(p ∧ ~q)	(q ∧ ~p)	(p ∧~q) v (q ∧~p)
F	F	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Se quiséssemos, poderíamos ter feito tudo em uma única tabela maior, da seguinte forma:

TABELA 22

p	q	~q	p ∧ ~q	~p	q ∧ ~p	(p ∧ ~q) ∨ (q ∧ ~p)
V	V	F	F	F	F	F
V	F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F	F

Pronto! Concluímos mais um problema. Já estamos craques em construir *tabelas-verdades* para proposições de duas sentenças. Mas, e se estivermos trabalhando com três proposições simples (**p**, **q** e **r**)? Como é que se faz essa *tabela-verdade*?

→ TABELAS-VERDADE PARA TRÊS PROPOSICOES (p, q E r):

A primeira coisa a saber é o número de linhas que terá esta tabela-verdade. Conforme já aprendemos, este cálculo será dado por **Nº linhas = 2 $^{\text{Nº de proposições}}$**. Daí, teremos que haverá oito linhas ($2^3=8$) numa *tabela-verdade* para três proposições simples.

Vimos que, para duas proposições, a *tabela-verdade* se inicia sempre do mesmo jeito. O mesmo ocorrerá para uma de três proposições. Terá sempre o mesmo *início*. E será o seguinte:

TABELA 23

p	q	r

A coluna da proposição **p** será construída da seguinte forma: quatro **V** alternando com quatro **F**; a coluna da proposição **q** tem outra alternância: dois **V** com dois **F**; por fim, a coluna da proposição **r** alternará sempre um **V** com um **F**. Teremos, portanto, sempre a mesma estrutura inicial:

TABELA 24

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Saber construir esta tabela acima é obrigação nossa! Ela corresponde, como já foi dito, à estrutura inicial de uma *tabela-verdade* para três proposições simples!

Suponhamos que alguém (uma questão de prova, por exemplo!) nos peça que construamos a *tabela-verdade* da proposição composta seguinte:

$$P(p,q,r) = (p \wedge \sim q) \rightarrow (q \vee \sim r)$$

A leitura dessa proposição é a seguinte: *Se **p** e não **q**, então **q** ou não **r**.*

Vamos fazer esse exercício? Começaremos sempre com a estrutura inicial para três proposições. Teremos:

TABELA 25

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Daí, já sabemos que existe uma *ordem de precedência* a ser observada, de modo que trabalharemos logo os parênteses da proposição acima. Começando pelo primeiro deles, faremos os seguintes passos:

→ 1º Passo) Negação de **q**:

TABELA 26

P	q	r	~q
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

→ 2º Passo) A *conjunção* do primeiro parênteses: *(Só recordando: somente se as duas partes forem verdadeiras é que a conjunção (**e**) também o será!)*

TABELA 27

p	q	r	~q	p ∧ ~q
V	V	V	F	F
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F
F	F	F	V	F

→ 3º Passo) Trabalhando agora com o segundo parênteses, faremos a negação de **r**:

TABELA 28

p	q	r	~r
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	V

→ 4º Passo) A *disjunção* do segundo parênteses:

*Só recordando: basta que uma parte seja verdadeira, e a disjunção (**ou**) também o será!*

TABELA 29

p	q	r	~r	q v ~r
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F
F	F	F	V	V

→ 5º Passo) Finalmente, já tendo trabalhado os dois parênteses separadamente, agora vamos fazer a *condicional* que os une:

Só recordando: a condicional só será falsa se tivermos VERDADEIRO na primeira parte e FALSO na segunda!

TABELA 30

p ∧ ~q	q v ~r	(p ∧ ~q) → (q v ~r)
F	V	V
F	V	V
V	F	F
V	V	V
F	V	V
F	V	V
F	F	V
F	V	V

Novamente, se assim o quiséssemos, poderíamos ter feito todo o trabalho em uma só tabela, como se segue:

TABELA 31

p	q	r	~q	p ∧ ~q	~r	q ∨ ~r	(p ∧ ~q) → (q ∨ ~r)
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	F	V	V	V

Pronto! Concluímos mais uma etapa! Já estamos aptos a construir qualquer *tabela-verdade* para proposições compostas de duas ou de três proposições componentes!

Chegou o momento de passarmos a conhecer três outros conceitos: *Tautologia, Contradição e Contingência.*

TAUTOLOGIA:

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **p**, **q**, **r**, ... será dita uma **Tautologia** se ela for **sempre verdadeira**, independentemente dos valores lógicos das proposições **p**, **q**, **r**, ... que a compõem.

Em palavras mais simples: para saber se uma proposição composta é uma *Tautologia*, construiremos a sua *tabela-verdade*! Daí, se a última coluna da *tabela-verdade* só apresentar *verdadeiro* (e nenhum *falso*), então estaremos diante de uma *Tautologia.* Só isso!

Exemplo: A proposição **(p ∧ q) → (p ∨ q)** é uma tautologia, pois é sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos de **p** e de **q**, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

TABELA 32

p	q	p ∧ q	p ∨ q	(p ∧ q) → (p ∨ q)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

Observemos que o valor lógico da proposição composta **(p ∧ q) → (p ∨ q)**, que aparece na última coluna, é sempre **verdadeiro**.

Passemos a outro exemplo de Tautologia**:** **[(p ∨ q) ∧ (p ∧ s)] → p** .

Construamos a sua *tabela-verdade* para demonstrarmos que se trata de uma *tautologia*:

TABELA 33:

p	q	s	p ∨ q	p ∧ s	(p ∨ q) ∧ (p ∧ s)	[(p ∨ q) ∧ (p ∧ s)] → p
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	F	F	V
F	V	F	V	F	F	V
F	F	V	F	F	F	V
F	F	F	F	F	F	V

Demonstrado! Observemos que o valor lógico da proposição composta **[(p ∨ q) ∧ (p ∧ s)] → p**, que aparece na última coluna, é sempre **verdadeiro**, independentemente dos valores lógicos que **p**, **q** e **s** assumem.

CONTRADIÇÃO:

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **p**, **q**, **r**, ... será dita uma **contradição** se ela for **sempre falsa**, independentemente dos valores lógicos das proposições **p**, **q**, **r**, ... que a compõem.

Ou seja, construindo a *tabela-verdade* de uma proposição composta, se todos os resultados da última coluna forem *FALSO*, então estaremos diante de uma *contradição.*

Exemplo 1:

A proposição *"**p ↔ ~p**" (**p se e somente se não p**)* é uma *contradição*, pois é sempre falsa, independentemente do valor lógico de **p**, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

TABELA 34

p	~p	p ↔ ~p
V	F	F
F	V	F

Exemplo 2:

A proposição **(p ↔ ~q) ∧ (p ∧ q)** também é uma *contradição*, conforme verificaremos por meio da construção de sua da *tabela-verdade*. Vejamos:

TABELA 35

p	q	(p ↔ ~q)	(p ∧ q)	(p ↔ ~q) ∧ (p ∧ q)
V	V	F	V	F
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	F

Observemos que o valor lógico da proposição composta **(p ↔ ~q) ∧ (p ∧ q)**, que aparece na última coluna de sua *tabela-verdade*, é sempre **Falso**, independentemente dos valores lógicos que **p** e **q** assumem.

CONTINGÊNCIA:

Uma proposição composta será dita uma ***contingência*** sempre que não for uma *tautologia* nem uma *contradição*.

Somente isso! Você pegará a proposição composta e construirá a sua *tabela-verdade.* Se, ao final, você verificar que aquela proposição nem é uma *tautologia* (só resultados **V**), e nem é uma *contradição* (só resultados **F**), então, pela via de exceção, será dita uma *contingência*!

Exemplo:

A proposição "**p ↔ (p ∧ q)**" é uma contingência, pois o seu valor lógico depende dos valores lógicos de **p** e **q**, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

TABELA 36

p	q	(p ∧ q)	p ↔ (p ∧ q)
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	V
F	F	F	V

E por que essa proposição acima é uma *contingência*? Porque nem é uma *tautologia* e nem é uma *contradição*! Por isso! Vejamos agora algumas questões de concurso sobre isso.

Questões de Concurso:

(TRT-9R-2004-FCC) Considere a seguinte proposição: "na eleição para a prefeitura, o candidato A será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição caracteriza:

(A) um silogismo.
(B) uma tautologia.
(C) uma equivalência.
(D) uma contingência.
(E) uma contradição.

Sol: Com a finalidade de montarmos a tabela verdade para verificar se a proposição apresentada no enunciado da questão é uma *tautologia* ou uma *contradição*, definiremos a seguinte proposição simples:

p : **o candidato A será eleito**

Então, a sentença ***"o candidato A será eleito OU não será eleito"*** passará ser representada simbolicamente como: **p ∨ ~p** .

Construindo a *tabela- verdade*, teremos que:

TABELA 37

p	~p	p ∨ ~p
V	F	V
F	V	V

Pronto! Matamos a charada! Como a última linha desta *tabela-verdade* só apresenta o valor lógico **Verdadeiro**, estamos inequivocamente diante de uma **Tautologia**. A alternativa correta é a letra B.

Passemos a mais uma questão.

(Fiscal Trabalho 98 ESAF) Um exemplo de tautologia é:

a) se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo
b) se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo
c) se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo
d) se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo
e) se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo

Sol: Para simplificar e facilitar esta resolução, assumiremos as seguintes proposições simples:

→ **p** : **João é alto**.
→ **q** : **Guilherme é gordo**.

Daí, utilizando estas definições feitas acima para as proposições **p** e **q**, as alternativas da questão poderão ser reescritas simbolicamente como:

a) $p \rightarrow (p \vee q)$ (=*se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo)*

b) $p \rightarrow (p \wedge q)$ (=*se João é alto, então João é alto e Guilherme é gordo)*

c) $(p \vee q) \rightarrow q$ (=*se João é alto ou Guilherme é gordo, então Guilherme é gordo)*

d) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ (=*se João é alto ou Guilherme é gordo, então João é alto e Guilherme é gordo)*

e) $(p \vee \sim p) \rightarrow q$ (=*se João é alto ou não é alto, então Guilherme é gordo)*

O que resta ser feito agora é testar as alternativas, procurando por aquela que seja uma *Tautologia.* Para isso, construiremos a *tabela-verdade* de cada opção de resposta.

Teste da alternativa "a": $p \rightarrow (p \vee q)$

TABELA 38

p	*q*	$(p \vee q)$	$p \rightarrow (p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

Pronto! Mal começamos, e já chegamos à resposta! Observemos que a última coluna da *tabela-verdade* acima só apresentou valores lógicos **verdadeiros**! Com isso, concluímos: a proposição da opção A – *Se João é alto, então João é alto ou Guilherme é gordo* – é uma **Tautologia**!

Daí: **Resposta: Letra A!**

Só para efeitos de treino, vamos testar também a alternativa B:

Teste da alternativa B: $p \rightarrow (p \wedge q)$

TABELA 39

p	*q*	$(p \wedge q)$	$p \rightarrow (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	V

Como podemos observar na última coluna da *tabela-verdade* acima, o valor lógico da proposição **$p \rightarrow (p \wedge q)$** pode ser *verdadeiro* ou *falso*. Isto nos leva a concluir, portanto, que esta proposição não é uma *tautologia*, nem uma *contradição*, mas, sim, a chamada ***contingência***.

Antes de seguirmos adiante, façamos uma *solução alternativa* para a questão acima:

Observem que em todas as alternativas aparece o conectivo "$\rightarrow$", ou seja, todas as proposições são condicionais. Na tabela verdade do conectivo "$\rightarrow$" só temos o valor lógico **falso** quando na proposição condicional o antecedente for **verdade** e o conseqüente for **falso**. Sabendo que uma tautologia sempre tem valor lógico **verdade**, então dentre as proposições condicionais apresentadas nas alternativas, aquela em que **nunca** ocorrer o antecedente verdade e o conseqüente falso será uma tautologia.

- Análise do item 'a': **$p \rightarrow (p \vee q)$**

Vejam que quando o **antecedente** desta proposição for **verdade**, também o **conseqüente** será **verdade**, e assim a proposição **nunca** será **falsa**, logo esta proposição é uma **tautologia**.

A questão terminou, mas vamos analisar os restantes.

- Análise do item 'b': **$p \rightarrow (p \wedge q)$**

Vejam que quando o **antecedente** desta proposição for **verdade**, o **conseqüente** será **verdade** se **q** for **verdade**, e **falso** se **q** for **falso**. Assim, a proposição pode assumir os valores lógicos de verdade e falso. **Não** é uma tautologia.

- Análise do item 'c': **$(p \vee q) \rightarrow q$**

O **antecedente** desta proposição sendo **verdade**, o valor lógico de **q** pode ser **verdade** ou **falso**, e daí o **conseqüente** que é dado por **q** também pode ser **verdade** ou **falso**, logo concluímos que a proposição desta alternativa **não** é uma tautologia.

- Análise do item 'd': **$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$**

O **antecedente** desta proposição sendo **verdade**, os valores de **p** e **q** podem ser **verdade** ou **falso**, e portanto o **conseqüente** também pode ser **verdade** ou **falso,** logo concluímos que a proposição desta alternativa **não** é uma tautologia.

- Análise do item 'e': **$(p \vee \sim p) \rightarrow q$**

Observem que o **antecedente** é sempre **verdade** independente do valor lógico de p, já o **conseqüente** pode assumir o valor lógico de **verdade** ou **falso**. Portanto, concluímos que a proposição desta alternativa **não** é uma tautologia.

Passaremos agora a tratar de um tema da maior relevância no Raciocínio Lógico, e que, inclusive, já foi exaustivamente exigido em questões de provas recentes de concursos. Estamos nos referindo à *Equivalência Lógica*. Ou seja, vamos aprender a identificar quando duas proposições compostas são equivalentes uma à outra. Vamos lá!

PROPOSIÇÕES LOGICAMENTE EQUIVALENTES:

Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes (ou simplesmente que são equivalentes) quando são compostas pelas mesmas proposições simples e **os resultados de suas *tabelas-verdade* são idênticos**.

Uma conseqüência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

A **equivalência lógica** entre duas proposições, **p** e **q**, pode ser representada simbolicamente como: **$p \Leftrightarrow q$** , ou simplesmente por **$p = q$**.

Começaremos com a descrição de algumas equivalências lógicas básicas, as quais convém conhecermos bem, a fim de as utilizarmos nas soluções de diversas questões.

➢ Equivalências Básicas:

→ 1ª) p e p = p

Exemplo: *André é inocente e inocente* **=** *André é inocente*

→ 2ª) p ou p = p

Exemplo: *Ana foi ao cinema ou ao cinema* = *Ana foi ao cinema*

→ 3ª) p e q = q e p

Exemplo: *o cavalo é forte e veloz* = *o cavalo é veloz e forte*

→ 4ª) p ou q = q ou p

Exemplo: *o carro é branco ou azul* = *o carro é azul ou branco*

→ 5ª) p ↔ q = q ↔ p

Exemplo: *Amo se e somente se vivo* = *Vivo se e somente se amo*

→ 6ª) p ↔ q = (p → q) e (q → p)

Exemplo: *Amo se e somente se vivo* = *Se amo então vivo, e se vivo então amo*

Para facilitar a nossa memorização, colocaremos essas equivalências na tabela seguinte:

TABELA 40

p e p	**=**	**P**
p ou p	**=**	**P**
p e q	**=**	**q e p**
p ou q	**=**	**q ou p**
p ↔ q	**=**	**q ↔ p**
p ↔ q	**=**	**(p → q) e (q → p)**

➢ Equivalências da Condicional:

As duas equivalências que se seguem são de fundamental importância. Inclusive, serão utilizadas para resolver algumas questões do *dever de casa* que ficaram pendentes.

Estas equivalências podem ser verificadas, ou seja, demonstradas, por meio da comparação entre as *tabelas-verdade*. Ficam como exercício para casa estas demonstrações. São as seguintes as equivalências da condicional:

→ 1ª) Se p, então q = Se não q, então não p.

Exemplo: *Se chove então me molho* = *Se não me molho então não chove*

→ 2ª) Se p, então q = Não p ou q.

Exemplo: *Se estudo então passo no concurso* = *Não estudo ou passo no concurso*

Colocando esses resultados numa tabela, para ajudar a memorização, teremos:

TABELA 41

$p \rightarrow q$	**=**	**$\sim q \rightarrow \sim p$**
$p \rightarrow q$	**=**	**$\sim p$ ou q**

Tomemos as questões restantes do *dever de casa*, e as resolvamos agora:

01. (AFC-STN/2005) Se Marcos não estuda, João não passeia. Logo:

a) Marcos estudar é condição necessária para João não passear.
b) Marcos estudar é condição suficiente para João passear.
c) Marcos não estudar é condição necessária para João não passear.
d) Marcos não estudar é condição suficiente para João passear.
e) Marcos estudar é condição necessária para João passear.

Sol.: Conforme aprendemos na aula passada, a estrutura *condicional* pode ser traduzida também com uso das expressões **condição suficiente** e **condição necessária**. Lembrados? Usando essa nomenclatura, teremos que:

→ a primeira parte da *condicional* é uma *condição suficiente;* e

→ a segunda parte da *condicional* é uma *condição necessária.*

Daí, tomando a sentença "*Se Marcos não estuda, então João não passeia*", teremos que:

→ *Marcos não estudar é condição suficiente para João não passear* ou

→ *João não passear é condição necessária Marcos não estudar.*

Ocorre que nenhum desses dois resultados possíveis acima consta entre as opções de resposta! Daí, resta-nos uma saída: teremos que encontrar uma **condicional equivalente** à esta da questão. Qual seria? Basta ver a primeira linha da *Tabela 39* acima: **$p \rightarrow q = \sim q \rightarrow \sim p$.** Teremos:

Se Marcos não estuda, então João não passeia **= *Se João passeia, então Marcos estuda***.

Viram o que foi feito? Fizemos as duas negativas e trocamos a ordem!

Daí, agora analisando esta *condicional equivalente*, concluiremos que:

→ *João passear é condição suficiente para Marcos estudar* ou

→ ***Marcos estudar é condição necessária para João passear***. **→ Resposta! (Letra E)**

04. (MPOG/2001) Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é logicamente equivalente a dizer que:

a) André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro.
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
c) Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro

Sol.: Aqui temos uma questão mais bonita! Teremos que usar as duas equivalências da condicional para resolvê-la. Vejamos: o enunciado nos trouxe uma *disjunção*. Replicando a *tabela 39,* temos que...

TABELA 42

$p \rightarrow q$	**=**	**$\sim q \rightarrow \sim p$**
$p \rightarrow q$	**=**	**$\sim p$ ou q**

... a segunda linha da equivalência da *condicional* resulta numa *disjunção*! Ora, podemos tentar começar a desenvolver nosso raciocínio por aí. Invertendo a ordem desta segunda linha da tabela acima, concluímos que: **~p ou q = p → q**.

Daí, chamaremos *André é artista ou Bernardo não é engenheiro* de **~p ou q**.

Assim:

→ *André é artista* = ~**p** e → *Bernardo não é engenheiro* = **q**.

Encontrando agora a estrutura equivalente **p → q**, teremos:

"Se André não é artista, então Bernardo não é engenheiro".

Ocorre que esta sentença acima não figura entre as opções de resposta. Isso nos leva a concluir que teremos ainda que *mexer* com essa *condicional*, encontrando uma *condicional equivalente* a ela. Daí, usaremos a equivalência da primeira linha da tabela acima: **p → q = ~q→~p**. Teremos, pois que:

→ *"Se André não é artista, então Bernardo não é engenheiro"* é o mesmo que:

→ ***"Se Bernardo é engenheiro, então André é artista"*** **→ Resposta! (Letra D)**

06. (Fiscal Trabalho/98) Dizer que "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista" é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:

a) se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista
b) se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro
c) se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista
d) se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista
e) se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é paulista

Sol.: Aqui também teremos que transformar uma *disjunção* em uma *condicional*. Já sabemos, pela resolução da questão anterior, que poderemos usar a seguinte equivalência: **~p ou q = p → q**.

Teremos, pois que:

→ *Pedro não é pedreiro* = **~p**

→ *Paulo é paulista* = **q**

Daí, a condicional equivalente a esta *disjunção* será a seguinte:

→ ***Se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista*. → Resposta! (Letra A)**

08. (SERPRO/96) Uma sentença logicamente equivalente a "Pedro é economista, então Luísa é solteira" é:

a) Pedro é economista ou Luísa é solteira.
b) Pedro é economista ou Luísa não é solteira.
c) Se Luísa é solteira,Pedro é economista;
d) Se Pedro não é economista, então Luísa não é solteira;
e) Se Luísa não é solteira, então Pedro não é economista.

Sol.: A questão nos trouxe uma *condicional* e pediu uma proposição equivalente. Podemos testar as duas equivalências da condicional que conhecemos.

Comecemos pela seguinte: **p → q = ~q → ~p**

Daí, considerando que:

→ *Pedro é economista* = **p** e → *Luísa é solteira* = **q**

Sua *condicional equivalente* será:

→ **Se Luísa não é solteira, então Pedro não é economista. → Resposta! (Letra E)**

Tivemos sorte de encontrar a resposta logo na primeira tentativa! Todavia, se não houvesse essa sentença entre as opções de resposta, teríamos que tentar a segunda equivalência da condicional, a qual resulta em uma *disjunção*. Teríamos, pois que: **p → q = ~p ou q**.

Daí:

Se Pedro é economista, então Luísa é solteira = ***Pedro não é economista ou Luísa é solteira***.

Seria a segunda resposta possível.

Pronto! Terminamos de resolver as questões que haviam ficado do *dever de casa*, mas ainda não terminamos a aula de hoje! Demos seqüência ao estudo das equivalências! Adiante!

➢ Equivalências com o símbolo da negação:

Este tipo de equivalência já foi estudado por nós na primeira aula. Trata-se, tão somente, das *negações das proposições compostas*! Como tais equivalências já foram inclusive revisadas nesta aula de hoje, nos limitaremos apenas a reproduzi-las novamente. Teremos:

TABELA 43

~(p e q)	**=**	**~p ou ~q**
~(p ou q)	**=**	**~p e ~q**
~(p → q)	**=**	**p e ~q**
~(p ↔ q)	**=**	**[(p e ~q) ou (~p e q)]**

Talvez alguma dúvida surja em relação à última linha da tabela acima. Porém, basta nos lembrarmos do que foi aprendido também na última linha da tabela 38 (página 16):

→ **(p ↔ q) = (p → q) e (q → p)**

(Obs.: é por isso que a *bicondicional* tem esse nome: porque equivale a duas condicionais!)

Daí, para negar a *bicondicional* acima, teremos na verdade que negar a sua *conjunção equivalente*. E para negar uma *conjunção*, já sabemos, negam-se as duas partes e troca-se o **E** por um **OU**.

Fica também como tarefa para casa a demonstração desta negação da bicondicional. Ok?

➢ Outras equivalências:

Algumas outras equivalências que podem ser relevantes são as seguintes:

1ª) p e (p ou q) = p

Exemplo: *Paulo é dentista, e Paulo é dentista ou Pedro é médico* = *Paulo é dentista*

2ª) p ou (p e q) = p

Exemplo: *Paulo é dentista, ou Paulo é dentista e Pedro é médico* = *Paulo é dentista*

Por meio das *tabelas-verdade*, estas equivalências também podem ser facilmente demonstradas. Para auxiliar nossa memorização, criaremos a tabela seguinte:

TABELA 44

p e (p ou q)	**=**	**p**
p ou (p e q)	**=**	**p**

➢ Equivalência entre "nenhum" e "todo":

Aqui temos uma equivalência entre dois termos muito freqüentes em questões de prova. É uma equivalência simples, e de fácil compreensão. Vejamos:

1ª) Nenhum A é B = Todo A é não B

Exemplo: ***Nenhum*** *médico* ***é*** *louco* = ***Todo*** *médico* ***é não*** *louco* (=***Todo*** *médico* ***não é*** *louco*)

2ª) Todo A é B = Nenhum A é não B

Exemplo: ***Toda*** *arte* ***é*** *bela* = ***Nenhuma*** *arte* ***é não*** *bela* (= ***Nenhuma*** *arte* ***não é*** *bela*)

Colocando essas equivalências numa tabela, teremos:

TABELA 45

Nenhum A é B	**=**	**Todo A é não B**
Todo A é B	**=**	**Nenhum A é não B**

LEIS ASSOCIATIVAS, DISTRIBUTIVAS E DA DUPLA NEGAÇÃO:

Na seqüência, algumas *leis* que podem eventualmente nos ser úteis na análise de alguma questão. São de fácil entendimento, de modo que nos limitaremos a apresentá-las.

- **Leis associativas:**

TABELA 46

(p e q) e s	**=**	**p e (q e s)**
(p ou q) ou s	**=**	**p ou (q ou s)**

- **Leis distributivas:**

TABELA 47

p e (q ou s)	**=**	**(p e q) ou (p e s)**
p ou (q e s)	**=**	**(p ou q) e (p ou s)**

- **Lei da dupla negação:**

TABELA 48

~(~p)	**=**	**p**

Daí, concluiremos ainda que:

TABELA 49

S **não é não** P	=	S **é** P
Todo S **não é não** P	=	Todo S **é** P
Algum S **não é não** P	=	Algum S **é** P
Nenhum S **não é não** P	=	Nenhum S **é** P

Exemplos:

1) *A bola de futebol não é não esférica* = A bola de futebol é esférica

2) *Todo número inteiro não é não racional* = Todo número inteiro é racional

3) *Algum número racional não é não natural* = Algum número racional é natural

4) *Nenhum número negativo não é não natural* = Nenhum número negativo é natural

Bem! Acreditamos que por hoje já houve uma dose suficiente de informações!

A princípio, planejávamos uma aula ainda maior, mas decidimos ficar por aqui, e deixar que vocês tenham condições de ler com calma o conteúdo visto até este momento, e de fixar bem o que aprenderam.

E não há jeito melhor no mundo de fixar o aprendizado do que resolvendo questões, não é mesmo? Por isso, trazemos na seqüência o *Dever de Casa*, para vocês se divertirem durante esta semana! Não deixem passar a oportunidade de tentar resolvê-las! Mesmo que surjam algumas dificuldades, não desanimem! Há muito mais mérito em tentar e não conseguir, do que em ficar esperando a resolução pronta na aula seguinte! Lembrem-se disso.

E chega de lero-lero. Fiquem todos com Deus! Um grande abraço nosso! E estudem!

DEVER DE CASA

(Agente da Polícia Federal – 2004 – CESPE)
Texto para os itens de 01 a 08

Considere que as letras P, Q, R e T representem proposições e que os símbolos **¬**, ∧, ∨ e → sejam operadores lógicos que constroem novas proposições e significam **não**, **e**, **ou** e **então**, respectivamente. Na lógica proposicional, cada proposição assume um único valor (valor-verdade), que pode ser verdadeiro (**V**) ou falso (**F**), mas nunca ambos.

Com base nas informações apresentadas no texto acima, julgue os itens a seguir.

01. Se as proposições P e Q são ambas verdadeiras, então a proposição $(\neg P) \vee (\neg Q)$ também é verdadeira.

02. Se a proposição T é verdadeira e a proposição R é falsa, então a proposição $R \to (\neg T)$ é falsa.

03. Se as proposições P e Q são verdadeiras e a proposição R é falsa, então a proposição $(P \wedge R) \to (\neg Q)$ é verdadeira.

Considere as sentenças abaixo.

i. Fumar deve ser proibido, mas muitos europeus fumam.

ii. Fumar não deve ser proibido e fumar faz bem à saúde.

iii. Se fumar não faz bem à saúde, deve ser proibido.

iv. Se fumar não faz bem à saúde e não é verdade que muitos europeus fumam, então fumar deve ser proibido.

v. Tanto é falso que fumar não faz bem à saúde como é falso que fumar deve ser proibido; conseqüentemente, muitos europeus fumam.

Considere também que P, Q, R e T representem as sentenças listadas na tabela a seguir.

P	Fumar deve ser proibido.
Q	Fumar deve ser encorajado.
R	Fumar não faz bem à saúde.
T	Muitos europeus fumam.

Com base nas informações acima e considerando a notação introduzida no texto, julgue os itens seguintes.

04. A sentença I pode ser corretamente representada por $P \wedge (\neg T)$.

05. A sentença II pode ser corretamente representada por $(\neg P) \wedge (\neg R)$.

06. A sentença III pode ser corretamente representada por $R \to P$.

07. A sentença IV pode ser corretamente representada por $(R \wedge (\neg T)) \to P$.

08.A sentença V pode ser corretamente representada por T → ((¬ R) ∧ (¬ P)).

Gabarito: 01. E 02. E 03. C 04. E 05. C 06. C 07. C 08. E

(TCU/2004 - CESPE) Suponha que P representa a proposição Hoje choveu, Q represente a proposição José foi à praia e R represente a proposição Maria foi ao comércio. Com base nessas informações e no texto, julgue os itens a seguir:

09. A sentença **Hoje não choveu então Maria não foi ao comércio e José não foi à praia** pode ser corretamente representada por **¬P → (¬R ∧ ¬Q)**

10. A sentença **Hoje choveu e José não foi à praia** pode ser corretamente representada por **P ∧ ¬Q**

11. Se a proposição **Hoje não choveu** for valorada como F e a proposição **José foi à praia** for valorada como V, então a sentença representada por **¬P → Q** é falsa.

12. O número de valorações possíveis para **(Q ∧ ¬R) → P** é inferior a 9.

Gabarito: C C E C

13. (Analista Ambiental - Ministério do Meio Ambiente – 2004 – CESPE)

Julgue o item seguinte: ~(*P* → ~*Q*) é logicamente equivalente à (*Q* → ~*P*).

(SERPRO 2004 – CESPE)

14. Julgue o item seguinte: A tabela de verdade de P → Q é igual à tabela de verdade de (P → ¬Q) → ¬P .

(Analista Petrobrás 2004 CESPE)

Considere a assertiva seguinte, adaptada da revista comemorativa dos 50 anos da PETROBRAS:

> Se o governo brasileiro tivesse instituído, em 1962, o monopólio da exploração de petróleo e derivados no território nacional, a PETROBRAS teria atingido, nesse mesmo ano, a produção de 100 mil barris/dia.

Julgue se cada um dos itens a seguir apresenta uma proposição logicamente equivalente à assertiva acima.

15. Se a PETROBRAS não atingiu a produção de 100 mil barris/dia em 1962, o monopólio da exploração de petróleo e derivados não foi instituído pelo governo brasileiro nesse mesmo ano.

16. Se o governo brasileiro não instituiu, em 1962, o monopólio da exploração de petróleo e derivados, então a PETROBRAS não atingiu, nesse mesmo ano, a produção de 100 mil barris/dia.

Gabarito: C, E

(Papiloscopista 2004 CESPE)

Sejam P e Q variáveis proposicionais que podem ter valorações, ou serem julgadas verdadeiras (V) ou falsas (F). A partir dessas variáveis, podem ser obtidas novas proposições, tais como: a proposição condicional, denotada por P → Q, que será F quando P for V e Q for F, ou V, nos outros casos; a disjunção de P e Q, denotada por P v Q, que será F somente quando P e Q forem F, ou V nas outras situações; a conjunção de P e Q, denotada por P ^ Q, que será V somente quando P e Q forem V, e, em outros casos, será F; e a negação de P, denotada por ¬P, que será F se P for V e será V se P for F. Uma tabela de valorações para uma dada proposição é um conjunto de possibilidades V ou F associadas a essa proposição.

A partir das informações do texto acima, julgue os itens subseqüentes.

17. As tabelas de valorações das proposições $P \rightarrow Q$ e $Q \rightarrow \neg P$ são iguais.

18. As proposições $(P \vee Q) \rightarrow S$ e $(P \rightarrow S) \vee (Q \rightarrow S)$ possuem tabelas de valorações iguais.

Gabarito: E, E

19. (Gestor Fazendário MG/2005/Esaf) Considere a afirmação P:

P: "A ou B"

Onde A e B, por sua vez, são as seguintes afirmações:

A: "Carlos é dentista"

B: "Se Enio é economista, então Juca é arquiteto".

Ora, sabe-se que a afirmação P é falsa. Logo:

a) Carlos não é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
b) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.
c) Carlos não é dentista; Enio é economista; Juca é arquiteto.
d) Carlos é dentista; Enio não é economista; Juca não é arquiteto.
e) Carlos é dentista; Enio é economista; Juca não é arquiteto.

20. (Técnico MPU/2004-2/Esaf) Se Pedro é pintor ou Carlos é cantor, Mário não é médico e Sílvio não é sociólogo. Dessa premissa pode-se corretamente concluir que:
a) se Pedro é pintor e Carlos não é cantor, Mário é médico ou Sílvio é sociólogo.
b) se Pedro é pintor e Carlos não é cantor, Mário é médico ou Sílvio não é sociólogo.
c) Se Pedro é pintor e Carlos é cantor, Mário é médico e Sílvio não é sociólogo.
d) se Pedro é pintor e Carlos é cantor, Mário é médico ou Sílvio é sociólogo.
e) se Pedro não é pintor ou Carlos é cantor, Mário não é médico e Sílvio não é sociólogo.

21. (AFC/STN-2005/Esaf) A afirmação "Alda é alta, ou Bino não é baixo, ou Ciro é calvo" é falsa. Segue-se, pois, que é verdade que:
a) se Bino é baixo, Alda é alta, e se Bino não é baixo, Ciro não é calvo.
b) se Alda é alta, Bino é baixo, e se Bino é baixo, Ciro é calvo.
c) se Alda é alta, Bino é baixo, e se Bino não é baixo, Ciro não é calvo.
d) se Bino não é baixo, Alda é alta, e se Bino é baixo, Ciro é calvo.
e) se Alda não é alta, Bino não é baixo, e se Ciro é calvo, Bino não é baixo.