**AULA ONZE: Análise Combinatória (Parte II)**

Olá, amigos!

Tudo bem com vocês? Esta é nossa décima primeira aula, e ainda sequer chegamos à metade de nosso curso! Longo é o caminho do Raciocínio Lógico... Muitos assuntos estão ainda por vir! Mas o fato é que estamos seguindo sempre em frente!

Já dizia o sábio que *toda grande caminhada se inicia com o primeiro passo*! E em se tratando de preparação para concursos, isso se torna muito verdadeiro! O importante é não se deixar esmorecer! Força e coragem são as palavras de ordem!

E por falar nisso, criemos coragem e passemos à resolução do *dever de casa* da aula passada! Adiante!

## Dever de Casa

**01.(BNB 2002 FCC) Apesar de todos caminhos levarem a Roma, eles passam por diversos lugares antes. Considerando-se que existem três caminhos a seguir quando se deseja ir da cidade A para a cidade B, e que existem mais cinco opções da cidade B para Roma, qual a quantidade de caminhos que se pode tomar para ir de A até Roma, passando necessariamente por B?**
**a) Oito**
**b) Dez**
**c) Quinze**
**d) Dezesseis**
**e) Vinte**

**Sol.:**

A questão é das mais simples. Nosso objetivo aqui é o de, partindo da cidade A, chegar a Roma, passando necessariamente pela cidade B.

Facilmente percebemos que há como dividir esse evento em duas etapas bem definidas: 1ª) Partir de A e chegar a B; 2ª) Partir de B e chegar a Roma.

Trabalharemos com o *Princípio da Contagem*!

→ Da cidade A para a cidade B, teremos: 3 caminhos possíveis;

→ Da cidade B para Roma, teremos: 5 caminhos possíveis.

Multiplicando-se os resultados parciais de cada etapa, teremos:

→ 3 x 5 = 15 → Número total de possibilidades do evento completo!

**Resposta) Letra C.**

---

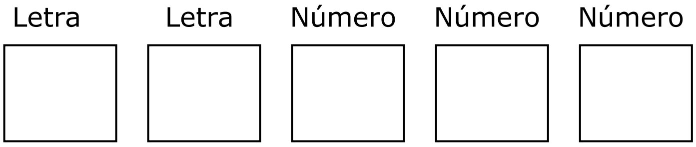
**02.(AFCE TCU 99 ESAF) A senha para um programa de computador consiste em uma seqüência LLNNN, onde "L" representa uma letra qualquer do alfabeto normal de 26 letras e "N" é um algarismo de 0 a 9. Tanto letras como algarismos podem ou não ser repetidos, mas é essencial que as letras sejam introduzidas em primeiro lugar, antes dos algarismos. Sabendo que o programa não faz distinção entre letras maiúsculas e minúsculas, o número total de diferentes senhas possíveis é dado por:**
**a)** $2^{26}\ 3^{10}$
**b)** $26^{2}\ 10^{3}$
**c)** $2^{26}\ 2^{10}$
**d)** $26!\ 10!$
**e)** $C_{26,2}\ C_{10,3}$

**Sol.:**

Nosso *conjunto universo* consiste do seguinte: {26 letras, 10 algarismos}.

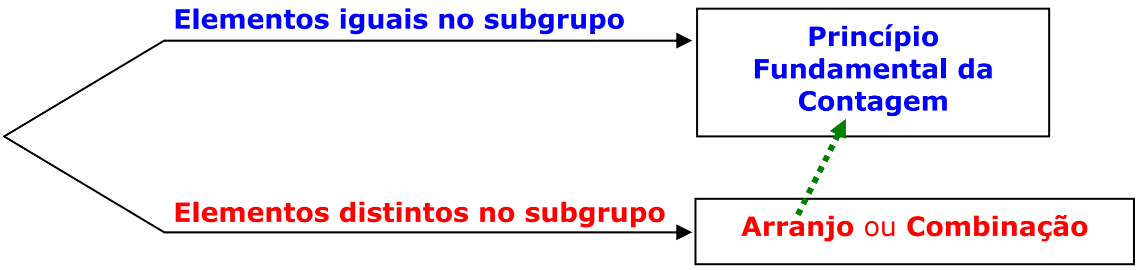
(Todos perceberam que são dez algarismos? Cuidado: de zero a nove, temos dez algarismos!)

Pois bem! O objetivo agora é o de formar uma senha, composta por duas letras e por três algarismos. Ou seja, nosso *subgrupo* será o seguinte:




Vamos lá! Primeiro questionamento: na hora de formar o subgrupo, poderemos usar elementos repetidos (iguais)? Sim! Pois assim dispõe o enunciado: ***Tanto letras como algarismos podem*** *ou não* ***ser repetidos***! O "ou não" aí ficou inutilizado!

Ora, se os elementos do subgrupo podem ser iguais, então trabalharemos com o *Princípio Fundamental da Contagem*! Não foi assim que aprendemos na aula passada? Claro! Para quem está mais esquecido, segue aí o esquema de memória auxiliar:




Daí, trabalhando pelo *Princípio*, dividiremos o evento em cinco etapas, e descobriremos o número de resultados possíveis para a realização de cada uma delas. Teremos:

→ 1ª Etapa) Definição da primeira letra → Há 26 possibilidades;

→ 2ª Etapa) Definição da segunda letra → Há 26 possibilidades;

→ 3ª Etapa) Definição do primeiro algarismo → Há 10 possibilidades;

→ 4ª Etapa) Definição do segundo algarismo → Há 10 possibilidades;

→ 5ª Etapa) Definição do terceiro algarismo → Há 10 possibilidades.

Finalmente, multiplicando-se os resultados parciais de cada etapa, teremos o resultado final para todo o evento. Teremos:

→ Total de Possibilidades para todo o Evento = 26x26x10x10x10 = $\mathbf{26^2 x 10^3}$

**Resposta) Letra B.**

Antes de passarmos à próxima questão, façamos um breve comentário sobre um aspecto desse enunciado.

Disse ele que *o programa* (que cria a senha) *não faz distinção entre letras maiúsculas ou minúsculas*. O que significa isso? Ora, significa que se você usar uma letra **S** (maiúscula) ou **s** (minúscula), para o programa não haveria qualquer diferença! Tanto faz!

E daí? Daí que se houvesse sido dito o contrário, ou seja, que o programa faz distinção entre maiúsculas e minúsculas, então usar uma letra **S** (maiúscula) seria algo diferente de se usar um **s** (minúsculo)! Ou seja, na prática, isso implicaria que teríamos, no conjunto universo, não apenas 26 letras, mas o dobro disso! Claro! Seriam 26 letras minúsculas e mais 26 letras maiúsculas! Seriam dois alfabetos completos! Um total de 52 letras.

Esta consideração, obviamente, alteraria por completo o resultado da questão, dado que teríamos, pelo uso do Princípio da Contagem, a seguinte resposta: $52^2 x 10^3$.

Entendido? Adiante!

**03.(Anal. Orçamento MARE 99 ESAF) Para entrar na sala da diretoria de uma empresa é preciso abrir dois cadeados. Cada cadeado é aberto por meio de uma senha. Cada senha é constituída por 3 algarismos distintos. Nessas condições, o número máximo de tentativas para abrir os cadeados é**

**a) 518 400**
**b) 1 440**
**c) 720**
**d) 120**
**e) 54**

**Sol.:**

Novamente a questão da senha! Só que aqui, com uma diferença crucial (em relação à questão anterior): foi estabelecido que, na hora de formar a senha (o subgrupo), teremos que usar algarismos distintos! Ou seja, os elementos do subgrupo não podem ser repetidos (iguais)! Com isso, nosso *caminho de resolução* será ou o do Arranjo ou o da Combinação!

Arranjo ou Combinação? Para respondermos, criamos uma senha possível:

→ 1-2-3. Pode ser? Claro! Agora, invertamos os elementos dessa senha. Teremos:

→ 3-2-3.

E aí? As senhas são iguais? Obviamente que não! Logo, concluímos que a resolução se fará mediante o caminho do Arranjo!

Aqui há uma particularidade neste enunciado: na realidade, estamos trabalhando com dois eventos, em vez de apenas um. Queremos compor **duas senhas** (uma para cada cadeado)! Então, neste caso, e em todos os assemelhados a este, usaremos o seguinte expediente: resolveremos a questão de forma bipartida, como se fossem duas questões (uma para cada evento)! Depois disso, multiplicaremos os resultados parciais encontrados!

Daí, trabalhando para compor a primeira senha, teremos:

*Conjunto Universo*: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} (10 algarismos)

*Subgrupo*:

$\square\ \square\ \square$ (3 algarismos distintos)

Daí, teremos: → $A_{10,3} = \frac{10!}{7!} = \frac{10x9x8x7!}{7!} =$ **720** possíveis senhas!

Seguindo um raciocínio idêntico ao desenvolvido acima, concluímos que haverá também **720** possíveis senhas para o segundo cadeado (uma vez que se trata de dois eventos iguais!).

Finalmente, multiplicando-se os resultados parciais de cada evento, chegaremos ao seguinte:

→ 720 x 720 = **518.400 → Resposta! (Letra A)**

**04.**(Analista MPU Administrativa 2004 ESAF) Quatro casais compram ingressos para oito lugares contíguos em uma mesma fila no teatro. O número de diferentes maneiras em que podem sentar-se de modo a que a) homens e mulheres sentem-se em lugares alternados; e que b) todos os homens sentem-se juntos e que todas as mulheres sentem-se juntas, são, respectivamente,

a) 1112 e 1152.
b) 1152 e 1100.
c) 1152 e 1152.
d) 384 e 1112.
e) 112 e 384.

**Sol.:**

Nosso conjunto universo aqui é formado por oito pessoas – quatro homens e quatro mulheres. O primeiro objetivo é colocá-los em lugares alternados! Comecemos, portanto, por esse primeiro exercício.

Na hora de formar os subgrupos, teremos que usar elementos distintos? Claro que sim, uma vez que se trata de pessoas! Logo, trabalharemos com Arranjo ou Combinação!

Criemos um resultado possível (vamos chamar as pessoas de A, B, C, D, E, F, G, H):

→ (A-B-C-D-E-F-G-H)

Invertendo-se a ordem do resultado acima, passamos a ter o seguinte:

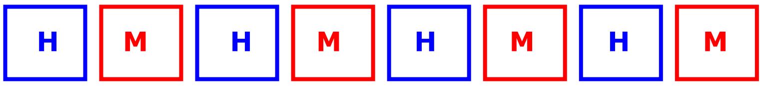
→ (H-G-F-E-D-C-B-A)

São as mesmas pessoas? Sim. Mas são as mesmas filas? **Não! São filas diversas!** Logo, como os resultados acima são diferente, trabalharemos com o Arranjo!

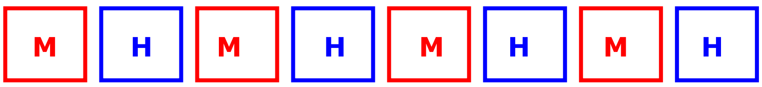
Arranjo de quantos em quantos? De 8 (total do conjunto universo) em subgrupos também de 8. Daí, lembraremos que estamos diante de um caso particular do Arranjo, chamado de **Permutação**!

Ora, para cumprir a exigência de que homens e mulheres estejam sempre alternados, haverá duas possíveis formações. As seguintes:

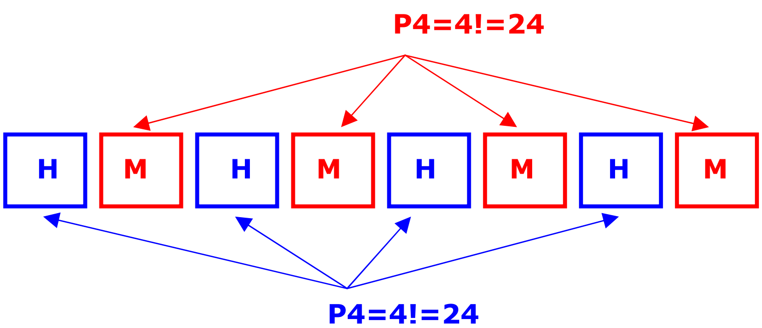
1ª Situação) com um homem na ponta da esquerda!




Ou, então: 2ª Situação) com uma mulher na ponta da esquerda!




Já sabemos que a questão *sai* por Permutação! Daí, percebemos que, quer estejamos trabalhando na primeira situação, quer na segunda, teremos que os quatro homens permutarão de lugar entre si, o mesmo ocorrendo com as quatro mulheres. Daí, teremos:



Multiplicando-se estas duas permutações (a dos homens e a das mulheres), chegaremos ao resultado para esta primeira situação (homem na ponta da esquerda)!. Teremos:

→ 24x24=**576**

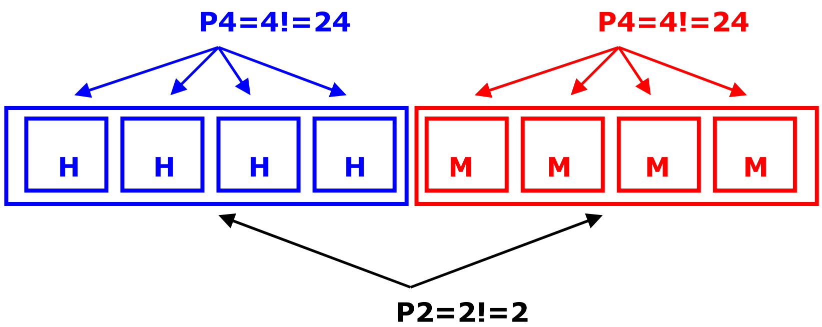
Seguindo o mesmíssimo raciocínio, percebemos que haverá também **576** possíveis maneiras de alocar as oito pessoas, alternando-se homens e mulheres, caso tenhamos uma mulher na ponta da esquerda.

Finalmente, somando-se os resultados das duas situações que respondem à questão, teremos:

→ 576 + 576 = **1052 → Resposta!**

Mas a questão na acaba aí! Agora o enunciado quer que coloquemos as oito pessoas nas cadeiras, de sorte que os homens permaneçam juntos, o mesmo se dando com as mulheres!

Vimos, na aula passada, que quando o enunciado *amarra* que tais elementos devem estar sempre juntos, passaremos a tratá-los como sendo um único elemento! Lembrados disso? Daí, teremos:




Multiplicando-se essas permutações parciais, teremos:

→ 24x24x2=**1052 → Reposta!**

**Resposta) Letra C!**

A pergunta que fica no ar é a seguinte: foi coincidência esses dois resultados iguais (1052)? Absolutamente não! Essas duas situações requeridas pelo enunciado (1ª: homens e mulheres alternados; e 2ª: homens juntos e mulheres juntas) produzirão sempre os mesmos resultados! Caso já soubéssemos disso antes de começar a questão, nem precisaríamos resolvê-la, haja vista que somente uma opção de resposta traz dois resultados iguais! Marcaríamos prontamente a opção C.

Você pode (e deve!) tentar fazer esses mesmos dois exercícios ("homens e mulheres alternados" e "homens juntos e mulheres juntas") para seis pessoas (três rapazes e três moças) e para dez pessoas (cinco rapazes e cinco moças), e comparar os resultados encontrados!

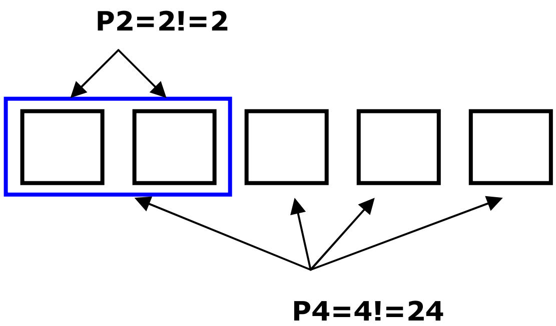
**05.(Oficial de Chancelaria 2002 ESAF) Chico, Caio e Caco vão ao teatro com suas amigas Biba e Beti, e desejam sentar-se, os cinco, lado a lado, na mesma fila. O número de maneiras pelas quais eles podem distribuir-se nos assentos de modo que Chico e Beti fiquem sempre juntos, um ao lado do outro, é igual a:**

**a) 16**
**b) 24**
**c) 32**
**d) 46**
**e) 48**

**Sol.:**

Aqui não tem mais segredo! A questão especifica que dois elementos têm que estar sempre juntos! Daí, consideraremos como se fossem um só elemento!

Já aprendemos, pelos exemplos da aula anterior, que iremos resolver essa questão por Permutação. E teremos:




Daí, multiplicando-se as permutações parciais, teremos:

→ 2 x 24 = **48 → Resposta! (Letra E)**

---

Esse *dever de casa* foi muito fácil, vocês não acharam? Realmente!

Daremos, agora, continuidade ao estudo da Análise Combinatória, passando a conhecer alguns aspectos específicos do assunto, os quais, embora não sejam nada complicados, merecem uma atenção especial da nossa parte.

Praticamente, o que nos falta conhecer são dois tópicos referentes à Permutação – Permutação Circular e Permutação com Repetição – e um tipo específico de questão de Combinação que já foi muito e muito explorado em provas recentes!

Comecemos com a Permutação Circular.

**# Permutação Circular:**

Comparemos os dois exemplos abaixo:

**Exemplo 1) De quantas formas podemos colocar quatro pessoas – João, José, Pedro e Paulo – em uma fila indiana?**

**Sol.:**

Até já trabalhamos esse exemplo, mas vale aqui a reprise.

Fila indiana, vocês sabem, é aquela em que as pessoas ficam uma após a outra.

O *conjunto universo* é formado pelas quatro pessoas. E o subgrupo também!

Para formar o subgrupo, poderemos usar elementos iguais? Obviamente que não, uma vez que estamos trabalhando com pessoas. Daí, constatamos que a solução virá pelo *caminho* do Arranjo ou da Combinação. Mas qual dos dois?

→ Criando um resultado possível, teremos: {João, José, Pedro, Paulo}

Eis a nossa fila indiana!

→ Agora, invertendo a ordem acima, teremos: {Paulo, Pedro, José, João}

São filas iguais? Não! Apesar de serem as mesmas pessoas, as filas são distintas! Logo, o *caminho de resolução* é o Arranjo.

Arranjo de quantos em quantos? De quatro em quatro. Ou seja, **Permutação de 4.**

**→ $P_4=4!=4x3x2x1=24$ → Resposta!**

**Exemplo 2) De quantas maneiras podemos colocar quatro pessoas em quatro posições ao redor de uma mesa redonda?**

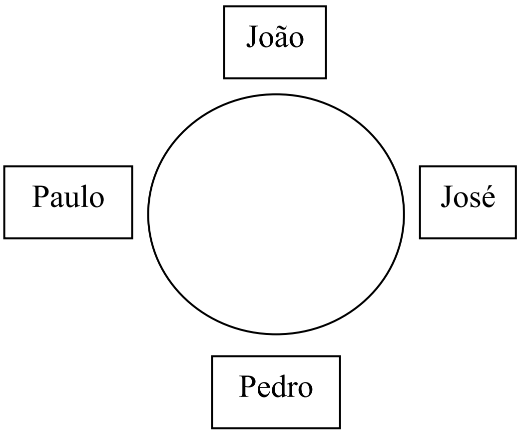
**Sol.:**

Vamos desenvolver todo o raciocínio.

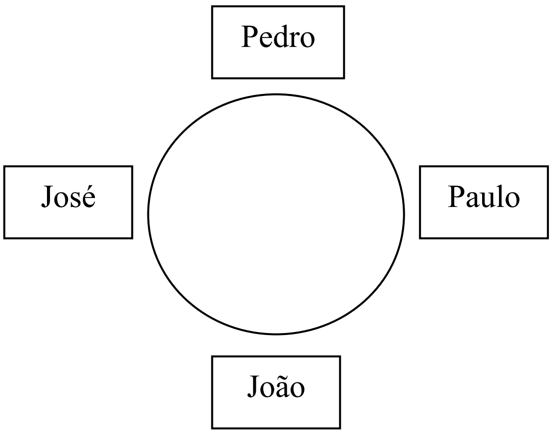
O *conjunto universo* é formado por quatro pessoas. E o *subgrupo* também!

Os elementos do subgrupo têm que ser distintos, uma vez que são pessoas!

Criemos um resultado possível:




Mudando a ordem dos elementos do resultado acima, teremos:




As mesas são iguais? Não! São diferentes!

Daí, trabalharemos com Arranjo!

De quantos em quantos? De quatro em quatro. Ou seja, Permutação de 4.

Paremos um pouco!

Até aqui, tudo foi igual ao exemplo anterior!

A única diferença entre esses dois enunciados consiste no fato de que agora pretendemos dispor os elementos do conjunto universo em um *formato circular*! No caso, uma mesa redonda!

Apenas por esta *disposição circular* dos elementos, inserida em um enunciado que será resolvido por Permutação, diremos que estamos diante de uma chamada **Permutação Circular**!

Daí, concluímos, **Permutação Circular** é um *caminho de resolução* que será utilizado quando estivermos em um problema que *sai* por Permutação, e em que os elementos do subgrupo estarão dispostos em uma *forma circular*!

Além da mesa redonda, são outros *formatos circulares,* que podem estar presentes numa questão de Permutação Circular, um colar de pérolas, uma roda de crianças etc.

É fácil identificar esse *formato circular*!

Pois bem! Quando estivermos diante de um enunciado de Permutação Circular, saberemos que a fórmula tradicional da Permutação sofrerá uma pequena variação. Teremos:

$$P_{\text{CIRCULAR } n} = (n-1)!$$

Só isso! Nada mais que isso!

Daí, voltando ao nosso exemplo, teremos:

→ $P_{\text{CIRCULAR } 4} = (4-1)!=3!=3\times2\times1=6$

Entendido? Passemos a um novo conceito.

**# Permutação com Repetição:**

Passemos a mais dois exemplos:

**Exemplo 1) Quantos *anagramas* podem ser formados com as letras da palavra SAPO?**

**Sol.:**

Aprendemos na aula passada o que é um *anagrama*! E vimos também que (e aqui podemos generalizar!) questões de anagrama se resolvem por permutação! Lembrados?

Daí, teremos: → $P_4=4!=4\times3\times2\times1=24$ → **Resposta!**

**Exemplo 2) Quantos anagramas podem ser formados com as letras da palavra PAPAI?**

**Sol.:**

Nova questão de anagrama, e novamente trabalharemos com a Permutação!

Qual seria a diferença entre este segundo exemplo e o anterior? A diferença é que agora formaremos anagramas, partindo de uma palavra (papai) em que algumas letras se repetem! Vejamos: **P A P A I**.

Percebamos que a letra **P** se repete duas vezes, e o mesmo se dá com a letra **A.**

A questão *sai* por Permutação, e disso já sabemos! Uma vez que alguns elementos do *conjunto universo* são repetidos, diremos que a questão se resolve por **Permutação com Repetição**!

Em suma, a **Permutação com Repetição** é um *caminho de resolução* que usaremos quando a questão for de Permutação, e houver um ou mais de um elemento repetido no conjunto universo!

Neste nosso caso, designaremos assim: $P_5^{2,2}$ (Permutação de 5 com repetição de 2, e de 2). Por que *repetição de 2 e de 2*? Porque a primeira letra que se repete (**P**) aparece **duas vezes**, e a segunda letra que se repete (**A**) aparece também **duas vezes**! Daí, teremos:

→ $P_5^{2,2} = \frac{5!}{2!x2!} = \frac{5x4x3x2!}{2!x2x1} = \frac{60}{2} = 30$ → **Resposta!**

Ou seja, a fórmula da Permutação com Repetição é a seguinte:

$$P_X^{Y,Z,...,W} = \frac{X!}{Y!.Z!.....W!}$$

Onde: → X é o número de elementos do conjunto universo;
→ Y, Z,..., W é o número de repetições de cada elemento que se repete!

Façamos mais um exemplo de Permutação com Repetição.

**Exemplo) Quantos anagramas podem ser formados com as letras da palavra PAPAGAIO?**

**Sol.:**

A questão é de anagrama, logo se resolve por Permutação!

Daí, a pergunta: entre os elementos do conjunto universo, há algum que se repete? Sim! Vejamos:

→ **P A P A G A I O**

Ou seja, a letra **P** aparece **duas vezes**, e a letra A aparece **três vezes**!

Daí, teremos uma **Permutação com Repetição**! Teremos:

→ $P_8^{2,3} = \frac{8!}{2!.3!} = \frac{8x7x6x5x4x3!}{3!x2x1} = 3.360$ → **Resposta!**

E apenas isso! Mais nada!

**# Questão *Especial* de Combinação:**

Na realidade, a questão de Combinação que veremos só foi aqui chamado de *especial* porque já foi objeto de prova várias vezes. Só por isso! Na verdade, ela é muito fácil de ser resolvida.

Aprendamos com um exemplo.

**Exemplo 1) Dispondo de um conjunto formado por sete médicos e cinco enfermeiros, queremos formar *equipes* compostas por três médicos e dois enfermeiros. Quantas equipes podem ser formadas, nessas condições?**

**Sol.:**

Para identificarmos o *caminho de resolução*, vamos considerar apenas a existência dos médicos. Ok? Daí, o conjunto universo seria de sete médicos, e o subgrupo que queremos formar terá três médicos.

Os elementos do subgrupo podem ser iguais? Claro que não: são pessoas! Daí, Arranjo ou Combinação!

Criemos um resultado possível: {João, José, Pedro}

Invertamos a ordem do resultado supra: {Pedro, José, João}

A equipe formada pelos médicos João, José e Pedro é diferente da equipe formada pelos médicos Pedro, José e João? **Claro que não**! São a mesma equipe! Daí, concluímos: vamos trabalhar com **Combinação**!

Pois bem! O que traz de novidade este enunciado?

A única novidade é que nosso *conjunto universo* é formado por *duas categorias* distintas! Neste caso, médicos e enfermeiros! (Poderia ser: alunos e alunas, homens e mulheres, operários e operárias, gerentes e diretores etc). E a questão estabelece que, na hora de formar o subgrupo, participarão *tantos* elementos de uma categoria, e *tantos* da outra.

Entendido?

Como faremos agora? Simples: dividiremos a questão em duas! Cada categoria será trabalhada em separado da outra. Ou seja, faremos duas operações de Combinação! Teremos:

→ *Conjunto Universo:* **{ 7 médicos , 5 enfermeiros }**

→ *Subgrupo:* □□□ □□

$$C_{7,3} = \frac{7!}{4!.3!} = \frac{7x6x5x4!}{4!.3x2x1} = \mathbf{35} \qquad C_{5,2} = \frac{5!}{3!.2!} = \frac{5x4x3!}{3!.2x1} = \mathbf{10}$$

Daí, multiplicaremos os resultados de cada lado, e chegaremos à resposta!

**35x10=350 → Resposta!**

Entendido? Apenas isso! Reprisando: a questão *sai* por Combinação, e teremos o conjunto universo formado por duas (ou mais!) categorias. A questão ainda dirá quantos elementos de cada categoria estarão presentes no subgrupo. Daí, dividiremos a questão e resolveremos o problema da combinação para cada categoria separadamente! Depois disso, multiplicaremos os resultados parciais e chegaremos à resposta!

Mais um exemplo:

**(AFTN 98 ESAF) Uma empresa possui 20 funcionários, dos quais 10 são homens e 10 são mulheres. Desse modo, o número de comissões de 5 pessoas que se pode formar com 3 homens e 2 mulheres é:**

**a) 5400**
**b) 165**
**c) 1650**
**d) 5830**
**e) 5600**

**Sol.:**

Para identificar o *caminho de resolução*, consideremos apenas a categoria das mulheres (por exemplo). Daí, existem 10 mulheres no conjunto universo e queremos formar subgrupos com duas delas. Como são pessoas, os elementos do subgrupo têm que ser distintos! Arranjo ou Combinação! Qual?

Criando um resultado possível: {Maria e Marta}

Invertendo: {Marta e Maria}

A comissão formada por Maria e Marta é diferente da formada por Marta e Maria? **Não!** São exatamente iguais! Logo, a questão *sai* por **Combinação**!

Pois bem! Sabendo que o *caminho de resolução* é a Combinação, observamos também que o conjunto universo é, na verdade, composto por duas categorias: a dos homens e a das mulheres. Daí, já sabemos: partiremos a questão em duas metades, e resolveremos a combinação de cada categoria em separado. Teremos:

→ *Conjunto Universo:* **{ 10 homens , 10 mulheres }**

→ *Subgrupo:* $\square\square\square$ $\square\square$

$$C_{10,3}=\frac{10!}{7!.3!}=\frac{10x9x8x7!}{7!.3x2x1}=\mathbf{120}$$

$$C_{10,2}=\frac{10!}{8!.2!}=\frac{10x9x8!}{8!.2x1}=\mathbf{45}$$

Daí, multiplicaremos os resultados de cada lado, e chegaremos à resposta!

**120x45=5400 → Resposta!**

**(AFC 2005 ESAF) Um grupo de dança folclórica formado por sete meninos e quatro meninas foi convidado a realizar apresentações de dança no exterior. Contudo, o grupo dispõe de recursos para custear as passagens de apenas seis dessas crianças. Sabendo-se que nas apresentações do programa de danças devem participar pelo menos duas meninas, o número de diferentes maneiras que as seis crianças podem ser escolhidas é igual a:**

**a) 286** **d) 371**
**b) 756** **e) 752**
**c) 468**

**Sol.:**

Esta questão é parecida com a anterior, e pelos mesmos motivos expostos anteriormente, ela também se trata de uma questão de combinação!

Porém, esta questão torna-se diferente da anterior porque o número de meninas e meninos pode variar dentro do grupo das seis crianças!

A questão pede **pelo menos duas meninas** no grupo de **seis** crianças, daí teremos três formações possíveis quanto ao número de meninas e meninos dentro do grupo:

1. *Duas* meninas e *quatro* meninos.
2. *Três* meninas e *três* meninos.
3. *Quatro* meninas e *dois* meninos.

Dessa forma, para cada uma das formações acima teremos que calcular o número de diferentes maneiras que as seis crianças podem ser escolhidas. Ao final desses cálculos, somaremos os resultados parciais obtidos para acharmos a resposta da questão.

1º) Número de maneiras com ***duas* meninas** e ***quatro* meninos**.

Temos 4 meninas para escolher **2**, e temos 7 meninos para escolher **4**.

$$C_{4,2} \times C_{7,4} = \frac{4!}{2!.2!} \times \frac{7!}{3!.4!} = 6 \times 35 = 210$$

2º) Número de maneiras com ***três* meninas** e ***três* meninos**.

Temos 4 meninas para escolher **3**, e temos 7 meninos para escolher **3**.

$$C_{4,3} \times C_{7,3} = \frac{4!}{1!.3!} \times \frac{7!}{4!.3!} = 4 \times 35 = 140$$

3º) Número de maneiras com ***quatro* meninas** e ***dois* meninos**.

Temos 4 meninas para escolher **4**, e temos 7 meninos para escolher **2**.

$$C_{4,4} \times C_{7,2} = \frac{4!}{0!.4!} \times \frac{7!}{5!.2!} = 1 \times 21 = 21$$

Total de maneiras = 210 + 140 + 21 = **371** → **Resposta!**

**(Gestor Fazendário MG 2005 ESAF) Marcela e Mário fazem parte de uma turma de quinze formandos, onde dez são rapazes e cinco são moças. A turma reúne-se para formar uma comissão de formatura composta por seis formandos. O número de diferentes comissões que podem ser formadas de modo que Marcela participe e que Mário não participe é igual a:**

**a) 504**
**b) 252**
**c) 284**
**d) 90**
**e) 84**

**Sol.:**

Sem dúvidas, trata-se de uma questão de combinação!

Dados fornecidos:

- Uma turma de **quinze** formandos (**dez** rapazes e **cinco** moças).
- A comissão é composta por **seis** formandos.
- Marcela participa da comissão e Mário não participa.

O Mário não participará, de maneira nenhuma, da comissão, então podemos fazer de conta que ele não existe, e assim teremos somente **catorze** formandos (**nove** rapazes e **cinco** moças)!

A Marcela tem lugar garantido na comissão de seis formandos, restando **cinco** lugares a serem disputados entre os **catorze** formandos. Portanto, para descobrirmos o total de diferentes comissões, basta fazer uma combinação de **catorze** formandos para **cinco** lugares:

$$C_{14,5} = \frac{14!}{9!.5!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!.5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14 \times 13 \times 11 = \mathbf{2002}$$ → **Resposta!**

Esta questão foi anulada porque nenhuma das alternativas continha a resposta correta!

Compreendido, meus amigos? Ótimo!

Podemos dizer que já somos detentores do conhecimento suficiente e necessário para resolver questões de prova de Análise Combinatória!

Na seqüência, as questões do nosso *Dever de Casa* de hoje! Ok?

Um abraço forte a todos! Fiquem com Deus e até a próxima aula!

---

## Dever de Casa

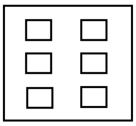
**01.**(Fiscal Trabalho 98 ESAF) Três rapazes e duas moças vão ao cinema e desejam sentar-se, os cinco, lado a lado, na mesma fila. O número de maneiras pelas quais eles podem distribuir-se nos assentos de modo que as duas moças fiquem juntas, uma ao lado da outra, é igual a

a) 2
b) 4
c) 24
d) 48
e) 120

**02.**(MPOG 2000 ESAF) O número de maneiras diferentes que 3 rapazes e 2 moças podem sentar-se em uma mesma fila de modo que somente as moças fiquem todas juntas é igual a:

a) 6
b) 12
c) 24
d) 36
e) 48

**03.**(IDR-1997) Em um teste psicológico, uma criança dispõe de duas cores de tinta: azul e vermelho, e de um cartão contendo o desenho de 6 quadrinhos, como na figura abaixo.



O teste consiste em pintar os quadrinhos de modo que, pelo menos quatro deles sejam vermelhos.
É correto afirmar que o número de modos diferentes de pintura do cartão é de:

a) 6
b) 12
c) 22
d) 24
e) 36

**04.** (Téc de controle interno Piauí 2002 ESAF) Em um grupo de dança participam dez meninos e dez meninas. O número de diferentes grupos de cinco crianças, que podem ser formados de modo que em cada um dos grupos participem três meninos e duas meninas é dado por:

a) 5.400
b) 6.200
c) 6.800
d) 7.200
e) 7.800

**05.** (Ministério Público de Santa Catarina 2004 ACAFE) Seis pessoas, entre elas Pedro, estão reunidas para escolher entre si, a diretoria de um clube. Esta é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário e um tesoureiro. O número de maneiras para a composição da diretoria, onde José não é o presidente, será:

a) 120
b) 360
c) 60
d) 150
e) 300

**06.** Uma empresa tem 3 diretores e 5 gerentes. Quantas comissões de 5 pessoas podem ser formadas, contendo no mínimo um diretor?
a) 25
b) 35
c) 45
d) 55
e) 65

**07.** Um grupo consta de 20 pessoas, das quais 5 matemáticos. De quantas maneiras podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que nenhum membro seja matemático?
a) $C_{20,10}$
b) $C_{15,10}$
c) $C_{20,15}$
d) $C_{10,10}$
e) $C_{20,20}$

**08.** Um grupo consta de 20 pessoas, das quais 5 matemáticos. De quantas maneiras podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que todos os matemáticos participem da comissão?
a) $C_{20,10}$
b) $C_{15,10}$
c) $C_{20,15}$
d) $C_{15,5}$
e) $C_{20,20}$

**09.** (AFRE MG 2005 ESAF) Sete modelos, entre elas Ana, Beatriz, Carla e Denise, vão participar de um desfile de modas. A promotora do desfile determinou que as modelos não desfilarão sozinhas, mas sempre em filas formadas por exatamente quatro das modelos. Além disso, a última de cada fila só poderá ser ou Ana, ou Beatriz, ou Carla ou Denise. Finalmente, Denise não poderá ser a primeira da fila. Assim, o número de diferentes filas que podem ser formadas é igual a:
a) 420
b) 480
c) 360
d) 240
e) 60

**10.** (MPU 2004 ESAF) Paulo possui três quadros de Gotuzo e três de Portinari e quer expô-los em uma mesma parede, lado a lado. Todos os seis quadros são assinados e datados. Para Paulo, os quadros podem ser dispostos em qualquer ordem, desde que os de Gotuzo apareçam ordenados entre si em ordem cronológica, da esquerda para a direita. O número de diferentes maneiras que os seis quadros podem ser expostos é igual a
a) 20.
b) 30.
c) 24.
d) 120.
e) 360.

**GABARITO**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 01 | d | 06 | d |
| 02 | c | 07 | b |
| 03 | c | 08 | d |
| 04 | a | 09 | a |
| 05 | e | 10 | d |