AULA DOZE: PROBABILIDADE (Parte I)

Olá, amigos!

Hoje, daremos início a um novo assunto, o qual, assim como a Análise Combinatória, tem sido também constantemente cobrado em provas de Raciocínio Lógico. Trata-se da Probabilidade. Faremos esse estudo em duas aulas, conforme nossa programação original. E antes que alguém se assuste, achando que se trata de algo muito difícil, convém saber que, em provas de concurso, este tema recebe um enfoque muito peculiar, e que passará a ser inteiramente de nosso conhecimento!

Antes de iniciarmos o novo estudo, resolvamos as questões pendentes do *dever de casa* passado.

Dever de Casa

1. **(Fiscal Trabalho 98 ESAF) Três rapazes e duas moças vão ao cinema e desejam sentar-se, os cinco, lado a lado, na mesma fila. O número de maneiras pelas quais eles podem distribuir-se nos assentos de modo que as duas moças fiquem juntas, uma ao lado da outra, é igual a**

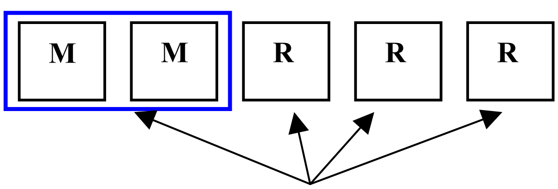
a) 2
b) 4
c) 24
d) 48
e) 120

Sol.:

Já resolvemos uma questão parecida com esta na aula anterior! Então, creio que todos conseguiram chegar à resposta!

A questão especifica que duas moças têm que estar sempre juntas! Daí, consideraremos como se fossem uma só moça! Com esta consideração, passamos a ter 4 pessoas na fila!

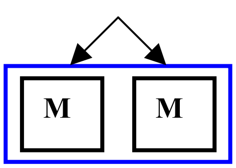
O número de maneiras possíveis que estas 4 pessoas podem distribuir-se nos assentos, pode ser determinado pela fórmula da permutação.



P4=4!=24 maneiras possíveis

As duas moças podem trocar de posição, mantendo-se ainda juntas, e mais uma vez usaremos a fórmula da permutação!

P2=2!=2 maneiras possíveis



Daí, multiplicando-se as permutações parciais obtidas acima, teremos:

→ **24** x **2** = **48 maneiras possíveis** → **Resposta: (Letra D)!**

2. (MPOG 2000 ESAF) O número de maneiras diferentes que 3 rapazes e 2 moças podem sentar-se em uma mesma fila de modo que somente as moças fiquem todas juntas é igual a:

a) 6
b) 12
c) 24
d) 36
e) 48

Sol.:

O que se pede nesta questão (por conta da palavra **somente**) é o número de maneiras diferentes em que <u>as 2 moças fiquem sempre juntas</u> enquanto que <u>os 3 rapazes não fiquem todos juntos</u>.

Assim, para que os três homens não fiquem todos juntos é necessário que as moças fiquem juntas no meio da fila. Reparem que as moças não podem estar juntas nas pontas, pois assim os três homens ficariam juntos! Há duas situações possíveis para o posicionamento das moças:

1ª situação:

$$\boxed{R}\ \underbrace{\boxed{M}\ \boxed{M}}_{\text{2 moças}}\ \boxed{R}\ \boxed{R}$$

2ª situação:

$$\boxed{R}\ \boxed{R}\ \underbrace{\boxed{M}\ \boxed{M}}_{\text{2 moças}}\ \boxed{R}$$

Na **primeira situação** teremos os três rapazes **permutando** entre si, enquanto que o mesmo se dá em relação às moças!

→ Permutação dos rapazes: $\mathbf{P_3 = 3! = 3x2x1 = 6}$

→ Permutação das moças: $\mathbf{P_2 = 2! = 2x1 = 2}$

Compondo nosso resultado, **para esta primeira situação**, teremos:

→ 6x2= **12**

Da mesma forma, na **segunda situação** teremos os três rapazes **permutando** entre si, enquanto que o mesmo se dá em relação às moças!

→ Permutação dos rapazes: $\mathbf{P_3 = 3! = 3x2x1 = 6}$

→ Permutação das moças: $\mathbf{P_2 = 2! = 2x1 = 2}$

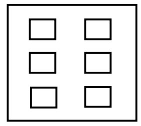
Compondo nosso resultado, **para esta segunda situação**, teremos:

→ 6x2= **12**

Finalmente, **somando os resultados parciais** teremos:

→ 12+12= **24** **→ Resposta: (Letra C)!**

3. (IDR-1997) Em um teste psicológico, uma criança dispõe de duas cores de tinta: azul e vermelho, e de um cartão contendo o desenho de 6 quadrinhos, como na figura abaixo.



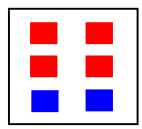
O teste consiste em pintar os quadrinhos de modo que, pelo menos quatro deles sejam vermelhos.

É correto afirmar que o número de modos diferentes de pintura do cartão é de:

a) 6
b) 12
c) 22
d) 24
e) 36

Sol.:

Cada quadrinho do cartão será pintado, ou na cor **vermelha**, ou na cor **azul**! Para ilustrarmos, veja abaixo o cartão com quatro quadrinhos na cor vermelha e dois quadrinhos na cor azul:



O número de maneiras diferentes de pintura do cartão, **com quatro quadrinhos na cor vermelha**, pode ser obtido permutando-se as cores azul e vermelha mostradas na figura acima. Então, já descobrimos que a questão é de permutação! E uma vez que alguns elementos são repetidos, diremos que a questão se resolve por **Permutação com Repetição**!

Além de calcularmos o número de maneiras diferentes de pintura do cartão com *quatro quadrinhos na cor vermelha*, também devemos calcular com *cinco quadrinhos na cor vermelha* e *seis quadrinhos na cor vermelha*, pois o enunciado pede: o número de maneiras diferentes de pintura do cartão **com pelo menos** quatro quadrinhos vermelhos.

Passaremos aos cálculos para os três casos:

1º) Número de maneiras diferentes com **quatro quadrinhos na cor vermelha**:

Neste caso, designaremos assim: $P_6^{4,2}$ (Permutação de 6 com repetição de 4, e de 2), porque o vermelho se repete 4 vezes e o azul 2 vezes! Daí, teremos:

→ $P_6^{4,2}$ **=15**

2º) Número de maneiras diferentes com **cinco quadrinhos na cor vermelha**:

Designaremos assim: $P_6^{5,1}$ (Permutação de 6 com repetição de 5, e de 1), porque o vermelho se repete 5 vezes e o azul 1 vez! Daí, teremos:

→ $P_6^{5,1} = \frac{6!}{5! \cdot 1!} = \frac{6 \cdot 5!}{5! \cdot 1} = 6$

3º) Número de maneiras diferentes com **seis quadrinhos na cor vermelha**:

É claro que só há **1 maneira** para este caso!

O total de maneiras é obtido pela soma dos resultados obtidos nos três casos acima:

15 + 6 + 1 = **22 → Resposta: (Letra C)!**

4. (Téc de controle interno Piauí 2002 ESAF) Em um grupo de dança participam dez meninos e dez meninas. O número de diferentes grupos de cinco crianças, que podem ser formados de modo que em cada um dos grupos participem três meninos e duas meninas é dado por:

a) 5.400
b) 6.200
c) 6.800
d) 7.200
e) 7.800

Sol.:

A ordem dentro do grupo de cinco crianças escolhidas é irrelevante! Daí, trata-se de uma questão de combinação!

Para compor o grupo de **cinco** crianças, selecionaremos **três** meninos entre os **dez** existentes e **duas** meninas entre as **dez** existentes! Para este cenário, o número total de diferentes maneiras pode ser obtido por:

$$C_{10,3} \times C_{10,2} = \frac{10!}{7!.3!} \times \frac{10!}{2!.8!} = 120 \times 45 = \mathbf{5400} \rightarrow \textbf{Resposta: (Letra A)!}$$

5. (Ministério Público de Santa Catarina 2004 ACAFE) Seis pessoas, entre elas Pedro, estão reunidas para escolher entre si, a diretoria de um clube. Esta é formada por um presidente, um vice-presidente, um secretário e um tesoureiro. O número de maneiras para a composição da diretoria, onde José não é o presidente, será:

a) 120
b) 360
c) 60
d) 150
e) 300

Sol.:

Trata-se de uma questão de análise combinatória em que a ordem dos elementos é importante, e assim podemos utilizar o Princípio Fundamental da Contagem (P.F.C.) para resolver esta questão.

Nas questões de P.F.C. devemos sempre iniciar a análise das possibilidades por onde se tem uma restrição. A restrição fornecida no enunciado é a de que *Pedro não pode ser presidente*. Então, iniciaremos a análise das possibilidades pelo cargo de presidente.

Temos ao todo **6 pessoas**, como Pedro não pode ocupar a posição de presidente, então há **5 pessoas** que podem ser presidente. Para a posição de vice, há **5 possibilidades**, já que uma das seis pessoas já ocupou o cargo de presidente. Para a posição de secretário, há **4 possibilidades**, já que das seis pessoas, uma é presidente e a outra é vice. Resta para a posição de tesoureiro **3 possibilidades**. Veja o desenho abaixo, que mostra os cargos e as possibilidades de ocupação de cada um deles.

5p	5p	4p	3p
presidente	**vice-presidente**	**secretário**	**tesoureiro**

Daí, o total de maneiras para compor a diretoria é:

5 x 5 x 4 x 3 = **300 → Resposta: (Letra E)!**

6. Uma empresa tem 3 diretores e 5 gerentes. Quantas comissões de 5 pessoas podem ser formadas, contendo no mínimo um diretor?

a) 25
b) 35
c) 45
d) 55
e) 65

Sol.: Faremos duas soluções, a fim de que vocês entendam bem o procedimento de resolução desse estilo de questão.

1ª Solução:

→ Número de comissões contendo **1 diretor**: $C_{3,1} \times C_{5,4} = 3 \times 5 = \mathbf{15}$

Combinação de 3 diretores para 1 vaga na comissão.

Combinação de 5 gerentes para o restante das vagas (4) na comissão.

→ Número de comissões contendo **2 diretores**: $C_{3,2} \times C_{5,3} = 3 \times 10 = \mathbf{30}$

Combinação de 3 diretores para 2 vagas na comissão.

Combinação de 5 gerentes para o restante das vagas (3) na comissão.

→ Número de comissões contendo **3 diretores**: $C_{3,3} \times C_{5,2} = 1 \times 10 = \mathbf{10}$

Combinação de 3 diretores para 3 vagas na comissão.

Combinação de 5 gerentes para o restante das vagas (2) na comissão.

Logo, a resposta é: **15** + **30** + **10** = **55** **→ Resposta: (Letra D)!**

2ª Solução:

O total de comissões de **5** pessoas que podemos formar com estas **8** pessoas (3 diretores e 5 gerentes) é dado por:

$$C_{8,5} = \mathbf{56}$$

O total de comissões de **5** pessoas que podemos formar de maneira que **não contenham diretores**, mas somente os **5** gerentes, é dado por:

$$C_{5,5} = \mathbf{1}$$

Logo, o total de comissões de 5 pessoas que podemos formar contendo **no mínimo um diretor** é dado pela subtração dos dois resultados parciais obtidos acima:

56 – 1 = 55 → Resposta: (Letra D)!

7. Um grupo consta de 20 pessoas, das quais 5 matemáticos. De quantas maneiras podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que nenhum membro seja matemático?

a) $C_{20,10}$
b) $C_{15,10}$
c) $C_{20,15}$
d) $C_{10,10}$
e) $C_{20,20}$

Sol.:

Novamente, temos uma questão de combinação!

A comissão é formada por 10 pessoas! Quem pode participar da composição dessa comissão? Segundo o enunciado, das 20 pessoas que formam o grupo, somente os não matemáticos poderão participar da comissão. Como há cinco matemáticos no grupo dos 20, isto significa que há um total de 15 (=20–5) não matemáticos.

O número de comissões diferentes com **10** pessoas que podem ser formadas a partir de **15** não matemáticos é: $\mathbf{C_{15,10}}$. **→ Resposta: (Letra B)!**

8. Um grupo consta de 20 pessoas, das quais 5 matemáticos. De quantas maneiras podemos formar comissões de 10 pessoas, de modo que todos os matemáticos participem da comissão?

a) $C_{20,10}$
b) $C_{15,10}$
c) $C_{20,15}$
d) $C_{15,5}$
e) $C_{20,20}$

Sol.:

Na questão anterior os matemáticos não podiam participar da comissão, já nesta questão todos os matemáticos devem fazer parte da comissão!

E temos os seguintes dados fornecidos:
- Grupo consta de 20 pessoas, dos quais 5 são matemáticos.
- A comissão é de 10 pessoas.

Ora, se os matemáticos devem fazer parte da comissão, então cinco lugares da comissão vão ficar reservados para os cinco matemáticos, restando cinco vagas ainda a serem preenchidas. Estas vagas serão disputadas pelos não matemáticos, que são um total de 15.

Assim, para obtermos o número de comissões diferentes que podem ser formadas, faremos uma combinação de 15 pessoas para 5 lugares, ou seja: $\mathbf{C_{15,5}}$. **Resposta: (Letra D)!**

9. (AFRE MG 2005 ESAF) Sete modelos, entre elas Ana, Beatriz, Carla e Denise, vão participar de um desfile de modas. A promotora do desfile determinou que as modelos não desfilarão sozinhas, mas sempre em filas formadas por exatamente quatro das modelos. Além disso, a última de cada fila só poderá ser ou Ana, ou Beatriz, ou Carla ou Denise. Finalmente, Denise não poderá ser a primeira da fila. Assim, o número de diferentes filas que podem ser formadas é igual a:

a) 420
b) 480
c) 360
d) 240
e) 60

Sol.:

Temos os seguintes dados fornecidos pelo enunciado:

1º) Há **sete modelos**, entre elas **Ana**, **Beatriz**, **Carla** e **Denise**.
2º) Serão formadas **filas** com exatamente **quatro modelos**.
3º) A **última de cada fila** só poderá ser ou Ana, ou Beatriz, ou Carla ou Denise.
4º) **Denise não** poderá ser a **primeira** da fila.

Como se trata de formar uma fila de pessoas, onde teremos que ordenar as posições (1ª da fila, 2ª da fila, ...), então a ordem é relevante, e, assim, não resta dúvidas que podemos utilizar o princípio fundamental da contagem.

Primeiramente, desenharemos as quatro posições da fila:

1ª da fila	**2ª da fila**	**3ª da fila**	**4ª da fila**

A última posição da fila só pode ser ocupada por quatro das sete modelos, as quais são: **Ana**, **Beatriz**, **Carla** ou **Denise**. Agora, calcularemos o número de diferentes filas que podem ser formadas tendo cada uma dessas modelos na última posição da fila.

1. Número de diferentes filas com **Ana sendo a última da fila**:

			Ana
1ª da fila	**2ª da fila**	**3ª da fila**	**4ª da fila**

Vamos calcular o número de possibilidades de ocupação para cada uma das três primeiras posições:

a) A **1ª posição da fila** não pode ser ocupada por **Ana** (pois ela está na última posição) e nem por **Denise** (devido a restrição feita no enunciado), assim há **cinco** modelos que podem ocupar a 1ª posição.
b) A **2ª posição da fila** não pode ser ocupada por **Ana** (pois ela está na última posição) e nem pela modelo que já ocupou a 1ª posição, daí há **cinco** modelos que podem ocupar a 2ª posição.
c) A **3ª posição da fila** não pode ser ocupada por **Ana** (pois ela está na última posição) e nem pelas modelos que já ocuparam a 2ª e a 3ª posições, daí há **quatro** modelos que podem ocupar a 3ª posição.

O número de diferentes filas é obtido pela multiplicação dos resultados parciais, ou seja:

5 x **5** x **4** = **100 filas diferentes**.

2. Número de diferentes filas com **Beatriz sendo a última da fila**:

			Beatriz
1ª da fila	**2ª da fila**	**3ª da fila**	**4ª da fila**

O procedimento é idêntico ao anterior, só muda o nome de Ana para Beatriz. Por isso, o resultado será o mesmo: **100 filas diferentes**.

3. Número de diferentes filas com **Carla sendo a última da fila**:

			Carla
1ª da fila	**2ª da fila**	**3ª da fila**	**4ª da fila**

O procedimento também é idêntico ao primeiro caso, só muda o nome de Ana para Carla. Por isso, o resultado será o mesmo: **100 filas diferentes**.

4. Número de diferentes filas com **Denise sendo a última da fila**:

			Denise
1ª da fila	**2ª da fila**	**3ª da fila**	**4ª da fila**

Esse caso é um pouco diferente dos outros, conforme mostraremos abaixo.
Vamos calcular o número de possibilidades de ocupação para cada uma das três primeiras posições:

a) A **1ª posição da fila** só não pode ser ocupada por **Denise** (pois ela está na última posição e também pela restrição feita no enunciado), assim há **seis** modelos que podem ocupar a 1ª posição.
b) A **2ª posição da fila** não pode ser ocupada por **Denise** (pois ela está na última posição) e nem pela modelo que já ocupou a 1ª posição, daí há **cinco** modelos que podem ocupar a 2ª posição.
c) A **3ª posição da fila** não pode ser ocupada por **Ana** (pois ela está na última posição) e nem pelas modelos que já ocuparam a 2ª e a 3ª posições, daí há **quatro** modelos que podem ocupar a 3ª posição.

O número de diferentes filas é obtido pela multiplicação dos resultados parciais, ou seja:

6 x **5** x **4** = **120 filas diferentes**.

A resposta da questão é dada pela soma dos resultados obtidos para cada um dos quatro casos acima: **100** + **100** + **100** + **120** = **420** → **Resposta: (Letra A)!**

10.(MPU 2004 ESAF) Paulo possui três quadros de Gotuzo e três de Portinari e quer expô-los em uma mesma parede, lado a lado. Todos os seis quadros são assinados e datados. Para Paulo, os quadros podem ser dispostos em qualquer ordem, desde que os de Gotuzo apareçam ordenados entre si em ordem cronológica, da esquerda para a direita. O número de diferentes maneiras que os seis quadros podem ser expostos é igual a

a) 20.
b) 30.
c) 24.
d) 120.
e) 360.

Sol.:

A questão envolve os seguintes quadros: **3 quadros de Gotuzo** e **4 de Portinari**.

Solicita-se o número de diferentes maneiras que os seis quadros podem ser expostos, desde que **os de Gotuzo apareçam ordenados entre si em ordem cronológica, da esquerda para a direita**.

Os quadros de Gotuzo são três, que designaremos por: $\mathbf{G_1}$, $\mathbf{G_2}$ e $\mathbf{G_3}$.
Os quadros de Portinari são três, que designaremos por: $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ e $\mathbf{P_3}$.

O número de diferentes maneiras na qual os **6** quadros podem ser expostos, em qualquer ordem, é:
Permutação de 6 = 6! = **720**

Dentro dessas **720** maneiras em que os seis quadros aparecem, os **3 quadros de Gotuzo** se apresentam **em seis** (= permutação de 3) **diferentes ordens**, que são ilustradas abaixo.

1ª sequência:	$\boxed{G_1}$	$\boxed{G_2}$	$\boxed{G_3}$
2ª sequência:	$\boxed{G_1}$	$\boxed{G_3}$	$\boxed{G_2}$
3ª sequência:	$\boxed{G_2}$	$\boxed{G_1}$	$\boxed{G_3}$
4ª sequência:	$\boxed{G_2}$	$\boxed{G_3}$	$\boxed{G_1}$
5ª sequência:	$\boxed{G_3}$	$\boxed{G_1}$	$\boxed{G_2}$
6ª sequência:	$\boxed{G_3}$	$\boxed{G_2}$	$\boxed{G_1}$

Na ilustração acima, os quadros de Gotuzo não estão necessariamente um ao lado do outro!

Qualquer que seja a exposição dos seis quadros, uma das seqüências acima dos quadros de Gotuzo estará presente. Pergunto: qual é das sequências dos quadros de Gotuzo que mais se repetirá entre as 720 maneiras de se expor os seis quadros? É claro que todas as sequências dos quadros de Gotuzo se repetirão a mesma quantidade de vezes. Daí, como temos um total de **720** maneiras diferentes em que os seis quadros podem ser apresentados e **6** possíveis seqüências para os quadros de Gotuzo, então cada uma dessas seqüências aparecerá:

720 / 6 = **120 vezes**

A sequência (G_1, G_2, G_3) representa os quadros de Gotuzo em ordem cronológica, e como já sabemos, ela se repetirá **120 vezes**. → **Resposta: (Letra D)!**

Agora, sim, passemos a falar em **Probabilidade**!

Pelo exame das últimas questões de concurso (sobretudo da Esaf), percebemos que há sete tópicos relacionados à Probabilidade, os quais, se bem compreendidos, serão a chave para acertarmos qualquer questão de prova. Senão, vejamos!

Esses referidos tópicos são os seguintes:

→ **Conceito de probabilidade;**

→ **Árvore de probabilidades;**

→ **Situações excludentes;**

→ **"Caminho de probabilidades"**

→ **Eventos independentes;**

→ **Probabilidade da união de dois eventos; e**

→ **Probabilidade condicional.**

Aprenderemos esses tópicos, um a um, por meio da resolução de exercícios diversos.

 # Conceito de Probabilidade:

Exemplo 01) Uma urna contém dez bolinhas, sendo quatro delas azuis e seis vermelhas. Ao retirar aleatoriamente uma dessas bolas da urna, qual a probabilidade que ela seja vermelha?

Sol.:

O conceito de Probabilidade é facílimo. Trata-se de uma *divisão*!

Antes de mais nada, convém saber que a questão de Probabilidade é inconfundível. Haverá no enunciado sempre a pergunta: *Qual a probabilidade de ...?* No máximo, a questão trocará a palavra *probabilidade* pela palavra *chance*. (Mas isso também não é algo comum de ocorrer)!

Daí, procuraremos saber qual é a probabilidade de realização de um determinado *evento*! Teremos, então, que o conceito que buscamos é o seguinte:

$$\textbf{Probabilidade} = \frac{n^\circ \ de \ resultados \ favoráveis}{n^\circ \ de \ resultados \ possíveis}$$

Pois bem! Vejamos como é fácil a coisa. Qual é o evento em análise neste exemplo? Retirar uma bola azul da urna! Ora, a tal urna contém dez bolas. Daí, se quero retirar apenas uma delas, quantos serão os **resultados possíveis** para essa retirada? Dez, é claro! Já temos o nosso denominador!

Passemos ao numerador, os *resultados favoráveis*. A pergunta é: *favoráveis a quem?* Favoráveis à realização do evento! Ora, se eu pretendo retirar uma bola azul da urna, então quantos serão os resultados que satisfarão essa *exigência* do evento (bola azul)? Quatro! (Só há quatro bolas azuis na urna!).

De posse dos resultados favoráveis e possíveis para o evento em tela, faremos:

→ **P = 4 / 10 = 0,40 = 40% → Resposta!**

De antemão, convém sabermos que a *Probabilidade tem* valor máximo de 100%. Neste caso (P=100%), estaremos diante do chamado *evento certo*!

Por exemplo: *qual a probabilidade de obtermos um valor menor que 7 no lançamento de um dado?* Ora, trata-se de um evento certo! Há aqui uma certeza matemática! A probabilidade será, portanto, de 100%.

A idéia oposta ao do evento certo é a do *evento impossível*: aquele cuja probabilidade de ocorrência é de 0% (zero por cento)! Exemplo: *qual a probabilidade de eu ganhar na loteria sem jogar?* Nenhuma! Qualquer criança acerta essa resposta!

Entre um evento impossível e um evento certo, infindáveis são as possibilidades (e as probabilidades!).

Este é, pois, o conceito de probabilidade!

Façamos outro exemplo:

Exemplo 02) Uma urna contém dez bolinhas, numeradas de 1 a 10. Ao retirar aleatoriamente uma dessas bolas da urna, qual a probabilidade que ela tenha um número par?

Sol.:

Retomemos o nosso conceito:

$$\textbf{Probabilidade} = \frac{n^\circ \ de \ resultados \ favoráveis}{n^\circ \ de \ resultados \ possíveis}$$

O evento agora é retirar uma bola da urna, e queremos que ela seja par!

Daí, para retirar uma bola de urna que contém dez bolas, haverá – irrefutavelmente – dez resultados possíveis! Concordam? (Já temos o denominador!)

Acerca do numerador, perguntaremos: qual é a exigência do evento? É que a bola retirada tenha um número par. Quantos são os resultados que atendem, que satisfazem, essa exigência? Ora, são cinco (as bolas de números 2, 4, 6, 8 e 10).

Pronto! Lançando os valores no conceito, teremos:

→ **P=(5/10)=0,50=50%** → **Resposta!**

 # Situações Excludentes, Árvore de Probabilidades e Eventos Independentes:

Vejamos esses conceitos, por meio do exemplo seguinte:

Exemplo 03) (TCE-RN 2000 ESAF) A probabilidade de um gato estar vivo daqui a 5 anos é 3/5. A probabilidade de um cão estar vivo daqui a 5 anos é 4/5. Considerando os eventos independentes, a probabilidade de somente o cão estar vivo daqui a 5 anos é de:

Sol.:

Vamos analisar a primeira frase do enunciado: "a probabilidade de um gato estar vivo daqui a 5 anos é 3/5".

Temos que nos habituar a ler uma frase que fala da probabilidade de ocorrência de um evento, já tentando vislumbrar se existe uma **situação excludente** para aquele evento. Como é isso? Ora, o evento que estamos tratando é **o gato estar vivo daqui a 5 anos**. A *situação excludente* para o **gato estar vivo** é justamente **o gato estar morto**!

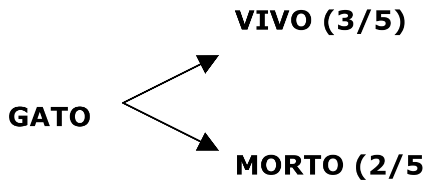
Claro! Por que razão chamamos **situações excludentes**? Porque uma exclui a outra! Ou seja, se o gato estiver vivo é porque não estará morto; e vice-versa: se estiver morto é porque não estará vivo. E não há uma terceira possibilidade!

O que devemos saber sobre as situações excludentes? Devemos saber que a soma das probabilidades de ocorrência de situações excludentes será sempre igual a **100%**.

Ou seja, se somarmos a probabilidade de o gato estar vivo daqui a cinco anos e a probabilidade de o gato estar morto daqui a cinco anos, teremos que 100% será o resultado desta soma!

Daí, sabendo que a probabilidade de o gato estar vivo é de (3/5), então a fração que representará o evento de o gato estar morto será exatamente de (2/5). Claro! Pois somando (2/5) a (3/5) dará igual a 1, que é 100%.

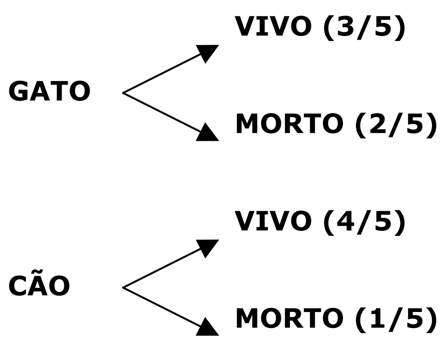
Ora, apenas analisando essa primeira frase, já podemos começar a compor a nossa **árvore de probabilidades**! O que é isso? É apenas um desenho, que nos ajudará a enxergar melhor a questão. Daí, até aqui, teremos que:



Prosseguindo a leitura do enunciado, é dito que *a probabilidade de um cão estar vivo daqui a 5 anos é 4/5*. Facilmente conseguimos imaginar a **situação excludente** para o cão estar vivo. Qual será? O cão estar morto! Claro! E se somarmos essas duas probabilidades (cão vivo e cão morto), o resultado será 100% (ou então 1, se estivermos trabalhando com a notação unitária)!

Daí, de quanto será a probabilidade de o cão estar morto daqui a cinco anos? É a fração que falta a 4/5 para chegar a 5/5, ou seja, para chegar a 100%. Será, portanto, de 1/5.

Com isso, já dá para completarmos a **árvore de probabilidades** dessa questão. Teremos:



Pois bem! Até aqui, já aprendemos a desenhar uma **árvore de probabilidades**, e a saber o que são **situações excludentes**, e que a soma das probabilidades dessas situações excludentes será sempre 100% (ou sempre 1, que é o mesmo que 100%)!

Prosseguindo a leitura do enunciado, veremos o seguinte: "Considerando os **eventos independentes**..."

Então esses quatro eventos que temos acima na árvore de probabilidades (gato vivo, gato morto, cão vivo, cão morto) são **eventos independentes**!

O que temos que saber acerca de **eventos independentes**? Apenas que se quisermos calcular a probabilidade de ocorrência simultânea de dois ou mais desses eventos, teremos que multiplicar as probabilidades de cada um deles.

Ou seja, se temos que:

P(cão vivo)=4/5 e **P(gato vivo)=3/5**

E quisermos saber a probabilidade, *ao mesmo tempo*, de o cão estar vivo e de o gato estar vivo, faremos:

P(gato vivo & cão vivo) = P(gato vivo) x P(cão vivo) = (3/5) x (4/5) = 12/25

Então é isso que precisamos saber sobre **eventos independentes**!

Agora retornemos ao enunciado: **a probabilidade de somente o cão estar vivo daqui a 5 anos é de?**

A palavra chave dessa pergunta é a palavra **somente**! Ora, a questão falava de duas figuras: o cão e o gato. Se se deseja saber a probabilidade de **somente** o cão estar vivo daqui a 5 anos, podemos traduzir essa pergunta de outra forma: **"Qual a probabilidade de o cão estar vivo daqui a 5 anos & o gato estar morto?"**

Ora, se quero **somente** o cão vivo, é porque quero também o gato morto!

Olhemos de novo para a nossa árvore de probabilidades:

GATO → **VIVO (3/5)**
GATO → **MORTO (2/5)**

CÃO → **VIVO (4/5)**
CÃO → **MORTO (1/5)**

Já vimos que esses eventos (cão vivo & gato morto) são eventos independentes! Daí, se procuramos a probabilidade de ocorrência *simultânea* desses dois eventos, faremos:

→ **P(cão vivo & gato morto)= P(cão vivo)xP(gato morto) = (4/5)x(2/5) =8/25**

(Resposta!)

Com base nessa resolução, você já temos plenas condições de resolver a questão seguinte, que por sinal também é da Esaf, e foi cobrada na prova do MPOG/2003. Foi a seguinte:

EXEMPLO 04) (MPOG/2003/ESAF) Paulo e Roberto foram indicados para participarem de um torneio de basquete. A probabilidade de Paulo ser escolhido para participar do torneio é 3/5. A probabilidade de Roberto ser escolhido para participar do mesmo torneio é 1/5. Sabendo que a escolha de um deles é independente da escolha do outro, a probabilidade de somente Paulo ser escolhido para participar do torneio é igual a:

a) 4/5 b) 10/25 c) 12/25 d) 3/5 e) 4/5

Sol.:

Procuremos, na primeira leitura, verificar a existência de algum evento que admita uma situação excludente. Tem? Sim: *Paulo ser escolhido*! Qual seria a *situação excludente*? Ora, seria *Paulo não ser escolhido*, obviamente! O mesmo se dá para o evento *Roberto ser escolhido*, cuja situação excludente seria *Roberto não ser escolhido*.

Aprendemos há pouco que a soma das probabilidades de *situações excludentes* é sempre igual a 100%. Daí, nossa *árvore de probabilidades* para esse exemplo será a seguinte:

PAULO → **PARTICIPAR (3/5)**
PAULO → **NÃO PARTICIPAR (2/5)**

ROBERTO → **PARTICIPAR (1/5)**
ROBERTO → **NÃO PARTICIPAR (4/5)**

A questão também informa que estamos diante de *eventos independentes*! Ou seja, caso queiramos descobrir a probabilidade *simultânea* de mais de um deles, teremos que fazer o produto das respectivas probabilidades!

Por fim, a questão pergunta qual é a probabilidade de *somente* o Paulo participar do torneio. Ora, ninguém se engana mais! Traduziremos esse questionamento da seguinte forma: *Qual a probabilidade de o Paulo participar* **&**, *ao mesmo tempo, de o Roberto não participar do torneio?* Entendido? Teremos:

→ **P(Paulo participar & Roberto não participar) = (3/5) x (4/5) = 12/25 → Resposta!**

 # Caminho de Probabilidades:

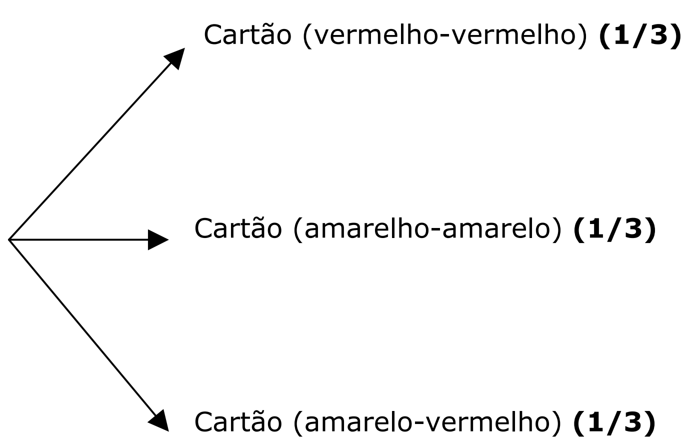
Conheceremos esse conceito por meio do exemplo seguinte:

EXEMPLO 05) Um juiz de futebol possui três cartões no bolso. Um é todo amarelo, o outro é todo vermelho e o terceiro é vermelho de um lado e amarelo do outro. Num determinado jogo, o juiz retira, ao acaso, um cartão do bolso e mostra, também ao acaso, uma face do cartão a um jogador. Assim, a probabilidade de a face que o juiz vê ser vermelha e de a outra face, mostrada ao jogador, ser amarela é igual a:

Sol.:

Começaremos analisando a questão dos cartões que o juiz tem no bolso. São três, e o enunciado disse que o juiz irá tirar qualquer um deles, de forma aleatória! Ora, se a retirada é feita de forma aleatória, a probabilidade de ser retirado qualquer dos três cartões será a mesma e igual a 1/3 (um cartão favorável em três possíveis)!

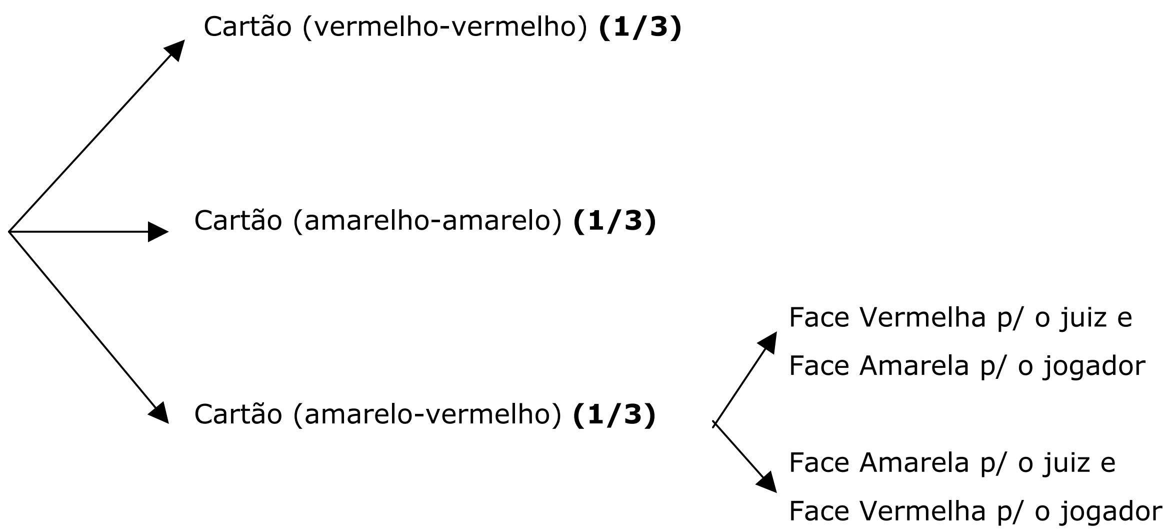
Daí, já podemos começar a desenhar nossa **árvore de probabilidades**! Teremos:



Só que a questão não pára por aí. Segue com a seguinte pergunta: *qual a probabilidade de, ao retirar o cartão do bolso, a face vermelha fique voltada para o juiz e a face amarela fique voltada para o jogador?*

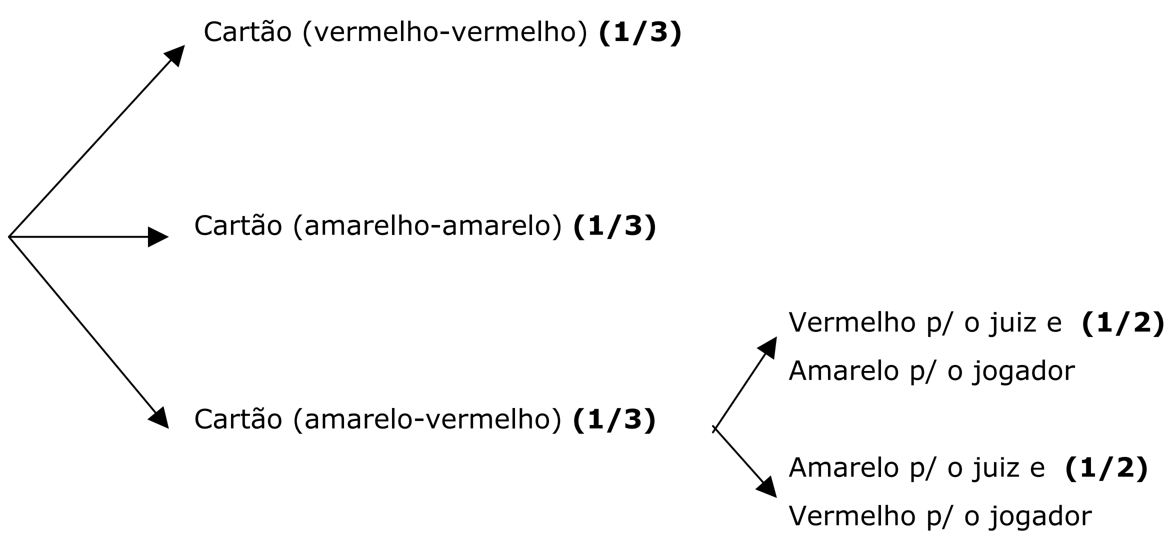
Ora, para que fique uma cor voltada para o juiz e outra cor voltada para o jogador, é óbvio que o cartão retirado do bolso terá que ser o de duas cores! De outra forma, seria impossível. Concordam?

Ocorre que, ao retirar o cartão de duas cores do bolso, surgem aqui duas novas situações, as quais deverão ser acrescidas à nossa árvore de probabilidades! São as seguintes:



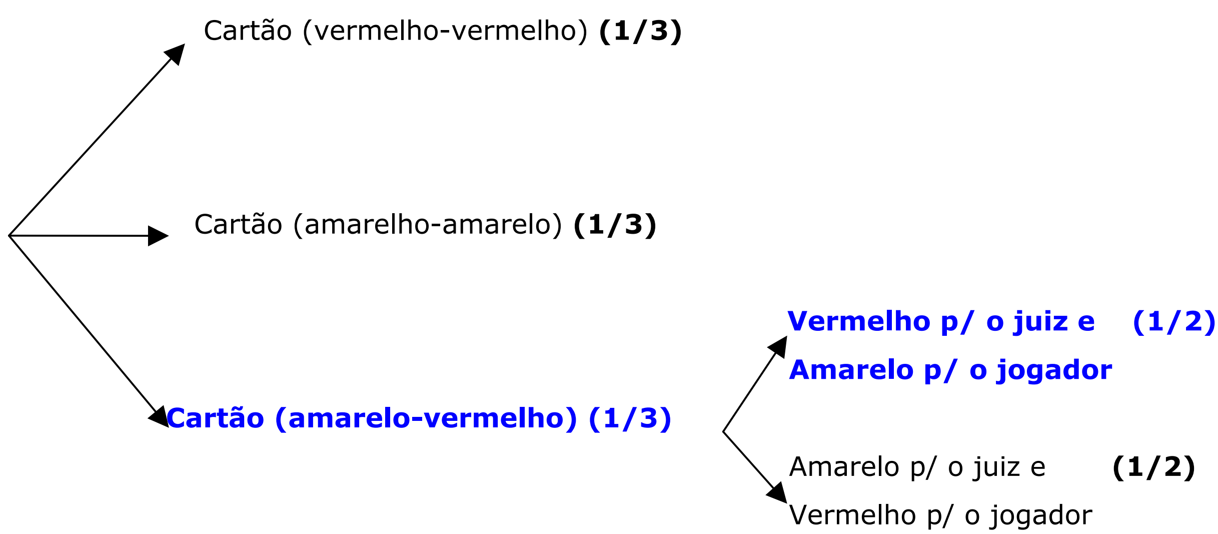
Observemos que essas duas novas situações são também *situações excludentes*! Claro! Se ocorrer a de cima, é porque não ocorreu a de baixo, e vice-versa! Como são apenas duas *situações excludentes*, as probabilidades de cada uma ocorrer é 1/2.

Concluindo, portanto, nossa árvore de probabilidades, teremos:



Aqui, olhando para essa *árvore* acima, veremos que surge um novo conceito! Estamos falando do **caminho de probabilidades**! O que é isso? É tão-somente um caminho em que há duas (ou mais) probabilidades que se sucedem! Ou em outras palavras, é um caminho em que há mais de um evento, de modo que um é posterior ao outro.

Olhando para o desenho acima, vemos que existem dois **caminhos de probabilidade**. Vou destacar primeiro um, e depois o outro. Vejamos:

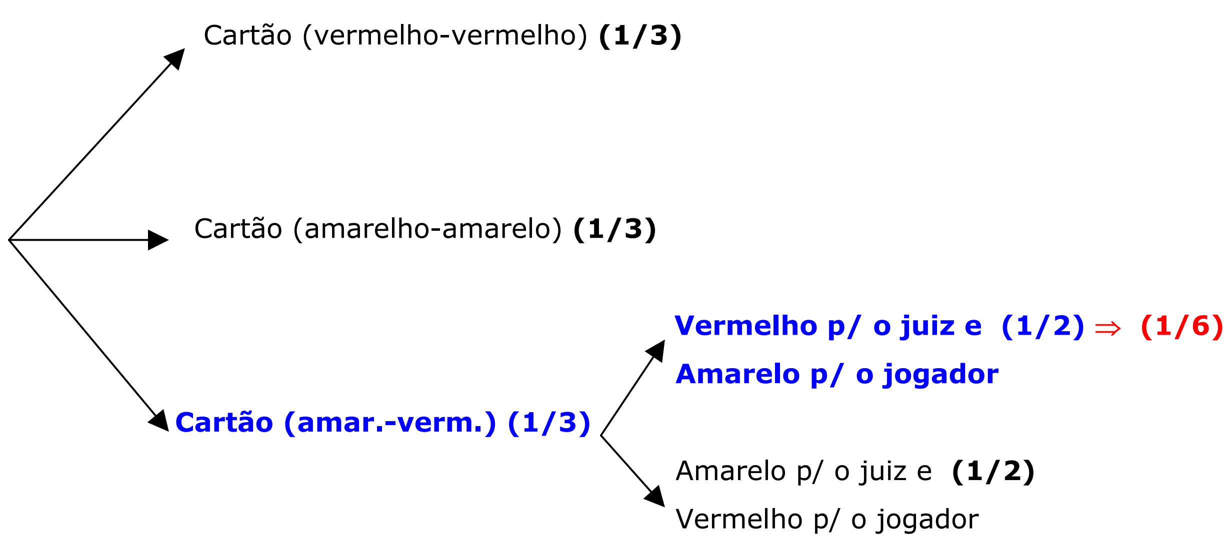


Está em azul nosso **caminho de probabilidades**. Nele, vemos que um evento se sucede ao outro. O primeiro é a escolha do cartão de duas faces; o segundo é o fato de a face vermelha ficar voltada para o juiz, e a amarela para o jogador!

O que interessa saber acerca de um **caminho de probabilidade** é que quando estivermos diante de um, não nos interessará mais a *probabilidade individual* de um evento ou do outro: interessar-nos-á a **probabilidade de todo o caminho**!

E para descobrirmos a probabilidade que é o **resultado** de um **caminho de probabilidades**, teremos sempre que **multiplicar** as *probabilidades individuais* de cada evento que compõe aquele caminho.

Daí, para chegarmos à probabilidade que resulta deste caminho azul acima, faremos (1/3)x(1/2), e chegaremos ao seguinte:



Essa probabilidade que encontramos **(1/6)** é o resultado deste **caminho de probabilidade** e representa a ocorrência dos dois eventos que compõem este caminho.

Ou seja, **(1/6)** é justamente a **probabilidade de a face que o juiz vê ser vermelha e de a outra face, mostrada ao jogador, ser amarela**. É exatamente isso o que a questão está perguntando!

Daí, nossa resposta, encontrada apenas pelo resultado de um **caminho de probabilidades**, é igual a **(1/6)**.

Observemos que para acertar essa questão, tivemos que usar os seguintes conhecimentos: 1º) saber o que são *situações excludentes*; 2º) saber desenhar uma *árvore de probabilidades*; 3º) saber o que é um *caminho de probabilidades*, e como se chega a sua *probabilidade resultante*!

Passemos a mais um exemplo!

EXEMPLO 06) (SERPRO 2001 ESAF) Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Genésio ir para Genebra participar de um congresso: ou de navio ou de avião. A probabilidade de Genésio ir de navio é de 40% e de ir de avião é de 60%. Se ele for de navio, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 8,5%. Se ele for de avião a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 1%. Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. A probabilidade de ele ter ido de avião é:

Sol.:

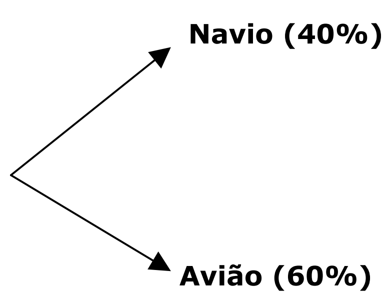
Numa leitura calma deste enunciado, vemos que ele é todo muito propício para que façamos o desenho da **árvore de probabilidades**, observando atentamente as **situações excludentes** que nos são apresentadas!

Senão, vejamos: a primeira coisa que nos diz a questão é que o Genésio só pode viajar de dois modos: **navio** ou **avião**. E diz também que estes dois modos de ele viajar são **mutuamente excludentes**! Ora, aqui foi dito de forma expressa: são duas situações excludentes!

Foi dito ainda quais são as probabilidades de o Genésio viajar de navio e de avião.

Daí, já podemos iniciar o desenho da **árvore de probabilidades**!

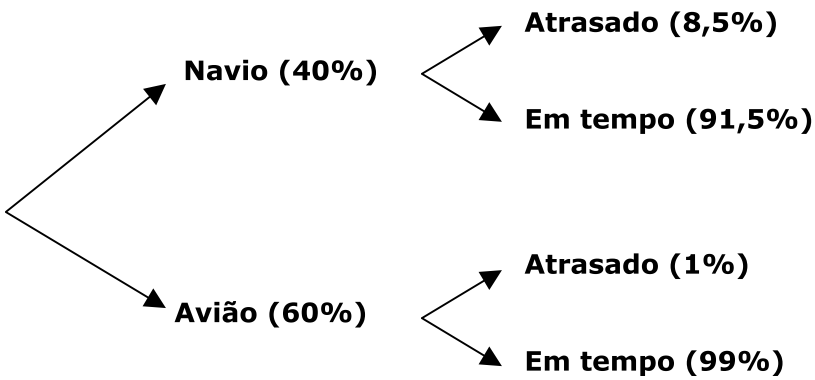
Teremos:



Só uma observação: na hora que o enunciado falou que viajar de navio e viajar de avião são situações excludentes, e acrescentou que a probabilidade de o Genésio ir de navio é de 40%, então não seria necessário ter informado que a probabilidade de ele ter ido de avião é de 60%. Já seria nossa obrigação saber disso, uma vez que a soma das probabilidades de situações excludentes é sempre 100%. Não é verdade?

Pois bem! Só que o enunciado não parou por aí! Surgem, na seqüência da leitura, mais duas outras situações. Quer tenha o Genésio viajado de navio, quer tenha viajado de avião, ele poderá chegar com atraso ao congresso! Isso é dito pelo enunciado!

E se pode chegar com atraso, nós já somos capazes de deduzir que, contrariamente, ele pode também chegar *em tempo*, ou seja, sem atraso. É evidente que se Genésio chegar em tempo é porque não atrasou; e se atrasar, é porque não conseguiu chegar em tempo. Concordam? Ou seja, essas duas situações – *chegar atrasado* e *chegar em tempo* – são situações excludentes! O enunciado traz quais são as probabilidades de Genésio chegar atrasado nos dois casos (tendo ido de navio e tendo ido de avião), de modo que já teremos como completar a nossa árvore de probabilidades, da seguinte forma:



Boa oportunidade essa para nós explorarmos o desenho acima!

Quantos **caminhos de probabilidade** nós temos nessa árvore de probabilidades?

Temos quatro caminhos:

1º) viajar de navio & chegar atrasado;

2º) viajar de navio & chegar em tempo;

3º) viajar de avião & chegar atrasado;

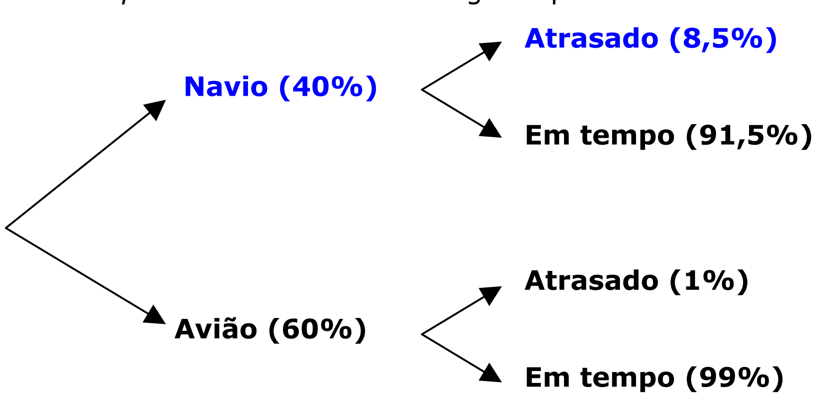
4º) viajar de avião & chegar em tempo.

Já sabemos que, diante de um **caminho de probabilidades**, as *probabilidades individuais* já deixaram de ser interessantes para nós! Só nos vão interessar as *probabilidades resultantes* de cada caminho! Sabemos também que, para chegar a essas *probabilidades resultantes*, teremos que **multiplicar** as *probabilidades individuais* de cada caminho! Não é isso mesmo? É isso mesmo!

Daí, analisemos esta *árvore* e esses *caminhos*, caso a questão fizesse uma dessas seguintes perguntas:

a) Qual a probabilidade de Genésio ir de navio e de chegar atrasado?

O que lhes parece? Será que isso que está sendo pedido acima é o resultado de algum *caminho de probabilidade*? Claro! É logo do primeiro caminho! Vejamos:



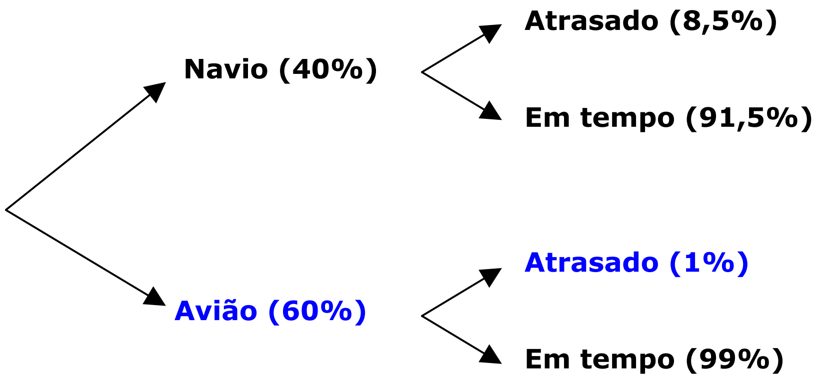
Daí, multiplicando-se as *probabilidades individuais* desse caminho, teremos:

→ (0,40)x(0,085)= **0,034 = 3,4%** → **Resposta!**

Na linguagem da probabilidade, diremos: **P(navio & atrasado)=0,034**

b) Qual a probabilidade de Genésio ir de avião e chegar atrasado?

Novamente a pergunta feita acima nos remete a um dos caminhos de probabilidade. Qual deles? O terceiro. Vejamos:



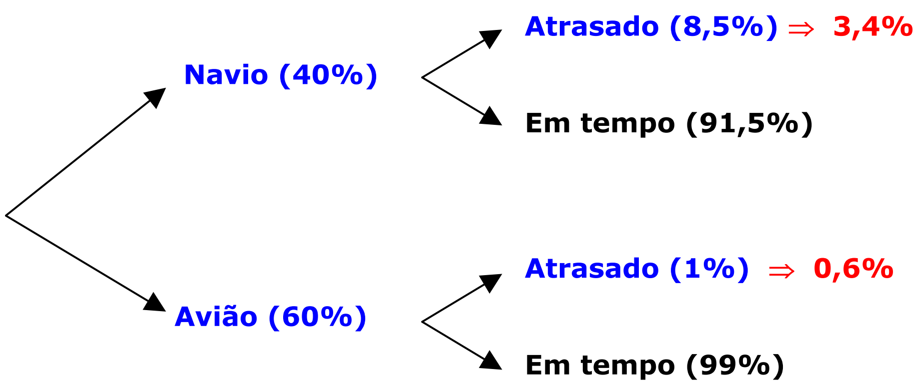
Multiplicando-se as *probabilidades individuais* desse caminho, teremos:

→ (0,60)x(0,01)= **0,006 = 0,6% → Resposta!**

Na linguagem da probabilidade, diremos: **P(avião & atrasado)=0,006**

c) Qual a probabilidade de Genésio chegar atrasado?

A pergunta aqui foi diferente! Só falou no evento "atraso", sem estabelecer o meio de transporte! Daí, fica claro que há dois caminhos que nos conduzem a esse resultado *chegar atrasado*. E são justamente os seguintes:



Ora, como são dois os caminhos que nos conduzem ao resultado procurado, teremos portanto que **somar** essas duas *probabilidades resultantes* de ambos. Teremos, pois, que:

→ 3,4% + 0,6% = **4% → Resposta!**

Na linguagem da probabilidade, diremos: **P(chegar atrasado)=0,04**

d) Qual a probabilidade de Genésio chegar em tempo?

Aqui também não foi estabelecido qual seria o meio de transporte que levaria Genésio a não se atrasar! De modo que essa pergunta ficou muito fácil de ser respondida. Senão, vejamos: no item anterior, encontramos que a probabilidade de Genésio chegar atrasado (independente do transporte utilizado) foi de 4%.

Ora, será que *chegar atrasado* e *chegar em tempo* não são situações excludentes? Claro que sim! Já sabemos disso! Logo, se somarmos as probabilidades dessas duas situações (chegar atrasado e chegar em tempo), teremos que chegar a 100%. Daí, faremos:

→ P(atrasado) + P(em tempo) = 100%

→ 4% + P(em tempo) = 100%

→ P(em tempo)=100% - 4%

→ **P(em tempo) = 96% → Resposta!**

Na linguagem da probabilidade, diremos: **P(em tempo)=0,96**

Com essas quatro perguntas acima, queremos mostrar que uma questão de probabilidade pode morrer tão somente pela análise desses tais **caminhos de probabilidade**, oriundos da **árvore de probabilidades**! Ou não!

Por que "ou não"? Porque pode haver mais! E o que pode haver a mais? Pode haver a mais o seguinte: pode ocorrer de a questão, após fornecer todos os elementos necessários e suficientes para que nós desenhemos a **árvore de probabilidades**, ela trazer (assim como quem não quer nada!) mais uma informação.

Essa informação adicional, que muito pode nos parecer inservível, será na verdade **essencial** para nossa resolução. O que temos de saber é que essa informação adicional **não virá nos falando de uma probabilidade**! **Não!** Ela virá falando de um **FATO**!

Ou seja, uma informação que é um **fato dado**; algo que passa a ser do nosso conhecimento!

Vamos fazer um teste: vamos recolocar abaixo o nosso enunciado. Você vai lê-lo novamente, com muita calma e muita atenção, tentando descobrir se foi fornecida pela questão esta tal de **informação adicional**; este **fato dado**, que passa a ser do seu conhecimento. Ok? Aí segue o enunciado:

"Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Genésio ir para Genebra participar de um congresso: ou de navio ou de avião. A probabilidade de Genésio ir de navio é de 40% e de ir de avião é de 60%. Se ele for de navio, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 8,5%. Se ele for de avião a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 1%. Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. A probabilidade de ele ter ido de avião é:"

E aí? Alguém achou uma frase suspeita? Uma frase que veio sozinha? E que não falou *nada* de probabilidade? E que só nos informou um **fato dado**?

NÃO?????? Não é possível...! Tente novamente:

"Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Genésio ir para Genebra participar de um congresso: ou de navio ou de avião. A probabilidade de Genésio ir de navio é de 40% e de ir de avião é de 60%. Se ele for de navio, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 8,5%. Se ele for de avião a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 1%. Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. A probabilidade de ele ter ido de avião é:"

E agora, melhorou? Agora todo mundo vai dizer que já tinha visto da primeira vez...

Pois é, minha gente! Aqui teremos novidades: quando a questão fornecer todos os elementos necessários para desenharmos a árvore de probabilidades e para construirmos os caminhos de probabilidades, mas não se contentar apenas com isso, de modo a nos revelar ainda um **fato**, estaremos diante de uma questão da chamada **probabilidade condicional**.

E o que é isso? É muito fácil. **Probabilidade condicional** será a probabilidade de ocorrência de um evento "**A**", **dado que sabemos que ocorreu um outro evento "B"**.

Esse evento "**B**" é justamente aquele que nos é dado a conhecer pela informação adicional; por aquela frase que vem sozinha, e apenas nos revela um **fato dado**; algo que passa a ser do nosso conhecimento.

Retornemos novamente ao nosso enunciado, para ver se entendemos o que está sendo solicitado por esta questão.

Vamos por partes! Podemos dividir esse enunciado em três pedaços, representados abaixo em cores diferentes:

"Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Genésio ir para Genebra participar de um congresso: ou de navio ou de avião. A probabilidade de Genésio ir de navio é de 40% e de ir de avião é de 60%. Se ele for de navio, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 8,5%. Se ele for de avião a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 1%. Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. A probabilidade de ele ter ido de avião é:"

1º) O primeiro pedaço que destacamos (em vermelho) servirá apenas para uma coisa: para desenharmos a árvore de probabilidades e os respectivos caminhos de probabilidade.

2º) A segunda parte do enunciado (destacada em azul) se resume a uma única frase: é o **fato dado**! É aquela informação que passa a ser conhecida por nós todos! Repito: não é uma probabilidade: **é um fato**!

3º) A terceira e última parte do enunciado (destacada em verde) é a pergunta!

Pronto! Estamos quase lá! Agora só nos resta definir exatamente o que a questão quer de nós. Para saber isso, começaremos pela pergunta do enunciado: a terceira parte! **Qual a probabilidade de Genésio ter ido de avião?**

Sabendo que esta é a pergunta da questão, só nos falta averiguar uma coisa: foi fornecido pelo enunciado aquela informação adicional? Aquele **fato dado**? Foi? **Sim**!

E qual foi mesmo esse fato dado? Foi que **Genésio chegou atrasado**!

Daí, o que a questão está mesmo querendo saber é o seguinte:

"Qual a probabilidade de Genésio ter ido de avião, dado que chegou atrasado?"

Essa é a pergunta completa!

Essa é a pergunta da **probabilidade condicional**. Por que condicional? Porque está submetida a uma condição! Qual condição? A de que exista um **fato** que nós estamos certos que ocorreu!

Veja como a pergunta acima se enquadra perfeitamente no **modelo** da probabilidade condicional:

"Qual a probabilidade de ocorrência de um evento "A", dado que sabemos que ocorreu um evento "B"?

Observemos que o que virá após o ***dado que*** será sempre o **fato** fornecido pelo enunciado!

Utilizando a nomenclatura própria da matemática, reduziremos a pergunta acima ao seguinte: **P(A dado B)=?**

Esta é a pergunta da **probabilidade condicional**. Para respondê-la, teremos que aplicar a seguinte fórmula:

$$P(A\ dado\ B) = \frac{P(A\ e\ B)}{P(B)}$$

Aplicando a fórmula acima à nossa questão, teremos:

→ P(avião dado atrasado) = P(avião & atrasado) / P(atrasado)

Vejamos que o numerador desta fórmula **P(avião & atrasado)** é exatamente a resposta da **"pergunta b"**, que foi analisado há pouco por nós, e em que concluímos que: **P(avião & atrasado)=0,006**.

Vejamos ainda que o denominador da fórmula **P(atraso)** corresponde, por sua vez, à resposta da **"pergunta c"** , vista acima, com o que concluímos que: **P(atrasado)=0,04**.

Pronto! Dispondo dos elementos todos da fórmula da probabilidade condicional, chegaremos ao seguinte:

→ P(avião dado atraso) = P(avião & atraso) / P(atraso)

→ P(avião dado atraso) = 0,006 / 0,04 = 0,15 = 15% → Resposta!

Passemos a outro exemplo, cobrado na prova do Analista do MPU, ainda recente!

Exemplo 07) (Analista MPU/2004) Carlos diariamente almoça um prato de sopa no mesmo restaurante. A sopa é feita de forma aleatória por um dos três cozinheiros que lá trabalham: 40% das vezes a sopa é feita por João; 40% das vezes por José, e 20% das vezes por Maria. João salga demais a sopa 10% das vezes; José o faz em 5% das vezes, e Maria 20% das vezes. Como de costume, um dia qualquer Carlos pede a sopa e, ao experimentá-la, verifica que está salgada demais. A probabilidade de que essa sopa tenha sido feita por José é igual a?

Sol.: Convém relermos o enunciado, tentado já ver se é possível estabelecermos aquela divisão em partes! Será que é possível. Vejamos:

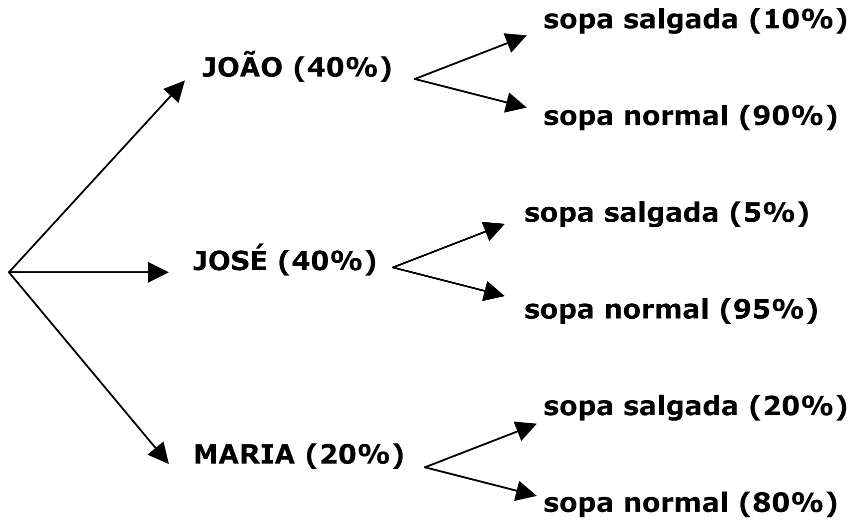
"Carlos diariamente almoça um prato de sopa no mesmo restaurante. A sopa é feita de forma aleatória por um dos três cozinheiros que lá trabalham: 40% das vezes a sopa é feita por João; 40% das vezes por José, e 20% das vezes por Maria. João salga demais a sopa 10% das vezes; José o faz em 5% das vezes, e Maria 20% das vezes. Como de costume, um dia qualquer Carlos pede a sopa e, ao experimentá-la, verifica que está salgada demais. A probabilidade de que essa sopa tenha sido feita por José é igual a?"

A primeira parte é aquela que usaremos para desenhar a árvore de probabilidades, observando as *situações excludentes*, e construindo, se for o caso, os *caminhos de probabilidade.*

A segunda parte (em vermelho) é um informação adicional que nos revela um **fato**. Algo que passa a ser do nosso conhecimento! Não é uma probabilidade: é um **fato dado**!

A terceira parte é a pergunta da questão!

Trabalhando a primeira parte do enunciado, chegaremos à seguinte *árvore de probabilidades:*



Agora temos que formular a pergunta completa da questão!

O que está sendo questionado na última parte do enunciado? A pergunta é *qual a probabilidade de João ter feito a sopa?*

Existe dentro do enunciado uma informação adicional, que nos dá a conhecer um **fato**? Sim! Qual é esse fato? É que a sopa ficou salgada! Ora, *que a sopa ficou salgada* é um **fato dado** pela questão. É algo do qual agora temos conhecimento.

Daí, a pergunta completa desta questão é a seguinte:

"Qual a probabilidade de João ter feito a sopa, dado que a sopa ficou salgada?"

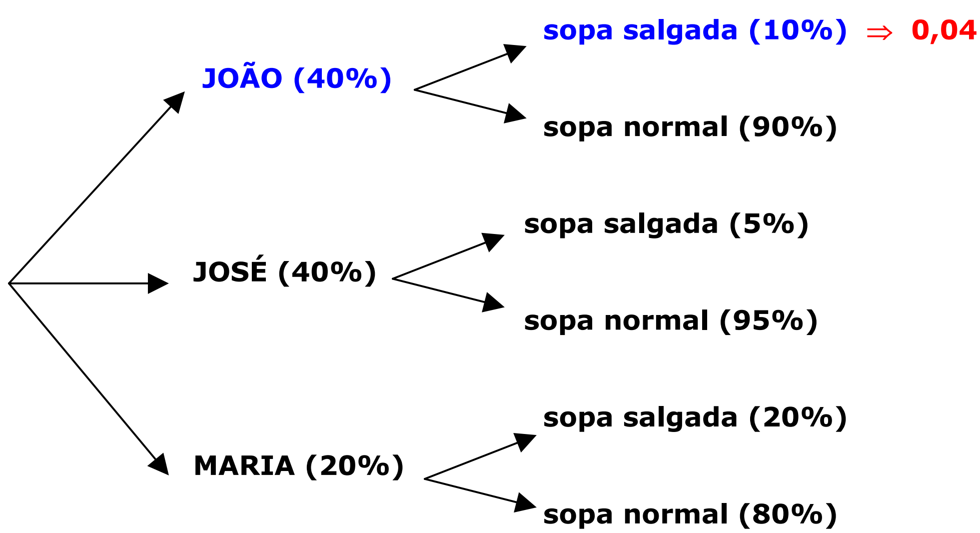
Estamos diante de uma **probabilidade condicional**.

Na linguagem da probabilidade, teremos: **P(João dado salgada)=?**

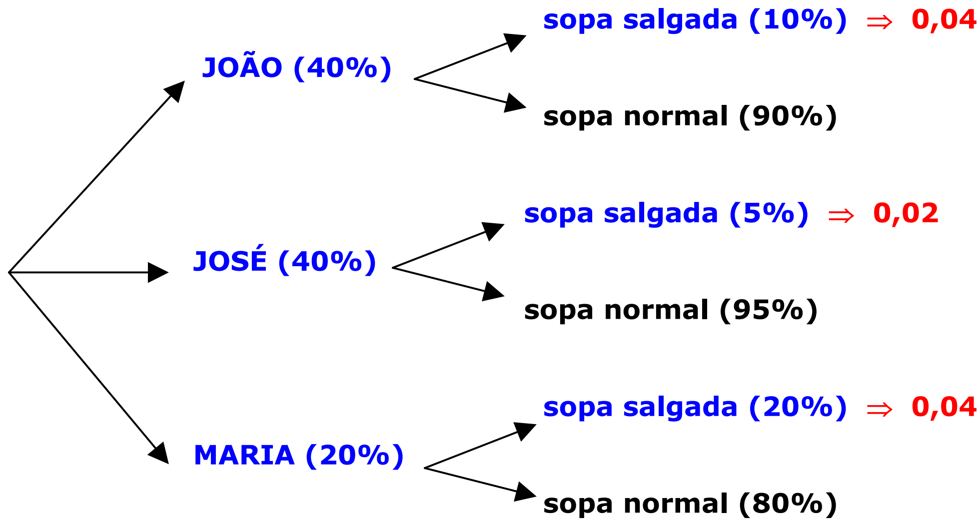
Aí é só aplicar a fórmula da **probabilidade condicional**. Teremos:

→ **P(João dado salgada)= P(João & salgada) / P(salgada)**

O numerador **P(João & salgada)** será a probabilidade resultante de um único caminho de probabilidade. O primeiro deles! Vejamos:



Já no tocante ao denominador **P(salgada)**, teremos que **somar** as *probabilidades resultantes* de três caminhos de probabilidades para chegarmos a ele. Teremos:



Daí, jogando os dados na fórmula da **probabilidade condicional**, teremos que:

→ **P(João dado salgada)= 0,04 / 0,10 = 0,40 = 40% → Resposta!**

Por hoje, já temos teoria bastante!

Na seqüência, apresentamos as questões do nosso *Dever de Casa* de hoje, todo composto por questões extraídas de provas recentes! Algumas bem interessantes! Vale a pena vocês tentarem resolvê-las! (Lembrem-se: o mais importante de tudo é tentar!)

Na aula seguinte, prosseguiremos este nosso estudo das Probabilidades, acrescendo alguns outros conceitos não vistos aqui nesta presente aula, e resolvendo outra bateria de exercícios!

Seguem as questões!

Um forte abraço a todos e fiquem com Deus!

DEVER DE CASA

01. (MPU/2004) Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa. Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é 3/7, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é 2/7, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é 1/7. Carlos então recebe um telefonema de Ana, informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a:

a) 1/7
b) 1/3
c) 2/3
d) 5/7
e) 4/7

02. (MPU/2004) Os registros mostram que a probabilidade de um vendedor fazer uma venda em uma visita a um cliente potencial é 0,4. Supondo que as decisões de compra dos clientes são eventos independentes, então a probabilidade de que o vendedor faça no mínimo uma venda em três visitas é igual a:

a) 0,624
b) 0,064
c) 0,216
d) 0,568
e) 0,784

03. (MPU/2004) André está realizando um teste de múltipla escolha, em que cada questão apresenta 5 alternativas, sendo uma e apenas uma correta. Se André sabe resolver a questão, ele marca a resposta certa. Se ele não sabe, ele marca aleatoriamente uma das alternativas. André sabe 60% das questões do teste. Então, a probabilidade de ele acertar uma questão qualquer do teste (isto é, de uma questão escolhida ao acaso) é igual a:

a) 0,62
b) 0,60
c) 0,68
d) 0,80
e) 0,56

04. (MPU/2004) Quando Lígia pára em um posto de gasolina, a probabilidade de ela pedir para verificar o nível de óleo é de 0,28; a probabilidade de ela pedir para verificar a pressão dos pneus é 0,11 e a probabilidade de ela pedir para verificar ambos, óleo e pneus, é de 0,04. Portanto, a probabilidade de Lígia parar em um posto de gasolina e não pedir nem para verificar o nível de óleo e nem para verificar a pressão nos pneus é igual a:

a) 0,25
b) 0,35
c) 0,45
d) 0,15
e) 0,65

05. (MPOG 2001 ESAF) A probabilidade de ocorrer cara no lançamento de uma moeda viciada é igual a 2/3. Se ocorrer cara, seleciona-se aleatoriamente um número X do intervalo $\{X \in \mathbb{N} \mid 1 \leq X \leq 3\}$; se ocorrer coroa, seleciona-se aleatoriamente um número Y do intervalo $\{Y \in \mathbb{N} \mid 1 \leq Y \leq 4\}$, onde $\mathbb{N}$ representa o conjunto dos números naturais. Assim, a probabilidade de ocorrer um número par é igual a:

a) 7/18
b) 1/2
c) 3/7
d) 1/27
e) 2/9

06. (AFC-STN-2000 ESAF) Uma companhia preocupada com sua produtividade costuma oferecer cursos de treinamento a seus operários. A partir da experiência, verificou-se que um operário, recentemente admitido, que tenha freqüentado o curso de treinamento tem 82% de probabilidade de cumprir sua quota de produção. Por outro lado, um operário, também recentemente admitido, que não tenha freqüentado o mesmo curso de treinamento, tem apenas 35% de probabilidade de cumprir com sua quota de produção. Dos operários recentemente admitidos, 80% freqüentaram o curso de treinamento. Selecionando-se, aleatoriamente, um operário recentemente admitido na companhia, a probabilidade de que ele não cumpra sua quota de produção é

a) 11,70%
b) 27,40%
c) 35%
d) 83%
e) 85%

07. (AFC-SFC 2001 ESAF) Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Ana ir para o trabalho: ou de carro ou de metrô. A probabilidade de Ana ir de carro é de 60% e de ir de metrô é de 40%. Quando ela vai de carro, a probabilidade de chegar atrasada é de 5%. Quando ela vai de metrô a probabilidade de chegar atrasada é de 17,5%. Em um dado dia, escolhido aleatoriamente, verificou-se que Ana chegou atrasada ao seu local de trabalho. A probabilidade de ela ter ido de carro nesse dia é:

a) 10%
b) 30%
c) 40%
d) 70%
e) 82,5%

08. (SERPRO 96) Uma clinica especializada trata apenas de três tipos de doentes: dos que sofrem de problemas cardíacos, dos que tem calculo renal e dos hipertensos. Temos que 50% dos pacientes que procuram a clinica são cardíacos, 40% são portadores de calculo renal e apenas 10% são hipertensos. Os problemas cardíacos são curados em 80% das vezes, os problemas de calculo renal em 90% das vezes e os hipertensos em 95% das vezes. Um enfermo saiu curado da clinica. Qual a probabilidade de ele sofresse de calculo renal?

a) 43,1%
b) 42,1%
c) 45,1%
d) 44,1%
e) 46,1%

GABARITO: 1. b 2. e 3. c 4. e 5. a 6. b 7. b 8. b